



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CAMPUS REGIONAL DE UMUARAMA
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

**UTILIZAÇÃO DE PLANILHAS ELETRONICAS COM INTERFACE
EM VBA PARA DIMENSIONAMENTO, ANÁLISE, VERIFICAÇÃO E
DETALHAMENTO DE ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO**

MARCUS NÓBREGA GOMES JUNIOR

UMUARAMA – PR

2017

MARCUS NÓBREGA GOMES JUNIOR

**UTILIZAÇÃO DE PLANILHAS ELETRONICAS COM INTERFACE
EM VBA PARA DIMENSIONAMENTO, ANÁLISE, VERIFICAÇÃO E
DETALHAMENTO DE ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil,
como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel
em Engenharia Civil sob a orientação do Professor Me.
Germano Francisco Simon Romera

UMUARAMA – PR
2017

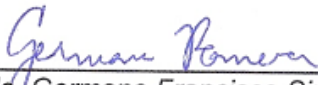
Marcus Nóbrega Gomes Júnior

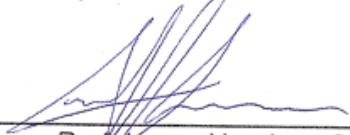
UTILIZAÇÃO DE PLANILHAS ELETRONICAS COM INTERFACE EM
VBA PARA DIMENSIONAMENTO, ANÁLISE, VERIFICAÇÃO E
DETALHAMENTO DE ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO

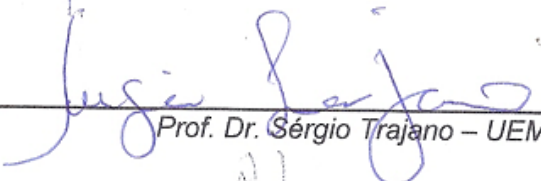
Monografia apresentada por **Marcus Nóbrega Gomes Júnior**, ao Curso de Engenharia Civil, da Universidade Estadual de Maringá, Campus Regional de Umuarama, como parte dos requisitos para a conclusão do curso.

Aprovada em 21 / 11 / 2017

BANCA EXAMINADORA


Prof. Me. Germano Francisco Simon Romera (Orientador) – UEM


Prof. Lucas Henrique Soares (Co-Orientador) – UEM


Prof. Dr. Sérgio Trajano – UEM


Prof. Me. Mário Rogério Scoaris – UEM

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que sempre esteve presente em minha vida e me guiou nos momentos de dificuldade.

Ao professor e orientador Germano Francisco Simon Romera, pelo exemplo de dedicação, trabalho e humildade, em quem eu sempre busquei me espelhar.

Ao professor e co-orientador Lucas Henrique Soares pela amizade e pela vontade de encarar desafios, algo que admiro muito.

Finalmente aos meus pais, Marcus e Edeliar por me moldarem e me darem todas oportunidades possíveis, muitas que não tiveram.

RESUMO

O cálculo e análise de estruturas de concreto sem um software comercial leva bastante tempo, principalmente se for feito manualmente. Entretanto, se estes cálculos e análises forem efetuadas por rotinas bem definidas, pode ser fácil programar, de modo a elaborar esses processos repetitivos de forma rápida e precisa. Esse estudo está estruturado, portanto, na roteirização de dimensionamento, verificação, análise e detalhamento de estruturas usuais de concreto por meio de aplicativos que efetuem todos os cálculos, baseados na NBR 6118-14 de uma maneira rápida e, principalmente, precisa. Foram desenvolvidas em linguagem *Visual Basic for Applications* (VBA) rotinas de dimensionamento, verificação e detalhamento de: lajes pré-fabricadas unidirecionais treliçadas, pilares e vigas retangulares, as estruturas mais usuais. Exemplos resolvidos na literatura clássica foram comparados com os resultados dos aplicativos e demonstraram que as rotinas elaboradas fornecem resultados válidos e rápidos. Quadros de verificações, botões de ajuda, flexibilizam a entrada de dados e fazem restrições às dimensões mínimas normativas, tabelas e desenhos esquemáticos são alguns dos itens que fazem com que a experiência de se analisar uma estrutura usual seja mais rápida e principalmente eficaz.

Palavras chave: Roteirização, Dimensionamento, Análise

ABSTRACT

The design and analysis of concrete structures without a commercial software takes a lot of time, especially if done manually. However, if these checks would performed by well-defined routines, it can be easy to program and process these repetitive processes very quickly. This study focuses on the design, verification, analysis and detailing of usual concrete structures by means of applications that perform all calculations, based on NBR 6118-14 in a fast and mainly accurate way, because strips user the possibility to miss a calculation or look at a wrong information in a table, for example. The applications designed in VBA language are able to do verification and detail of pre-fabricated unidirectional slabs, pillars and rectangular beams, the most usual structures. Examples solved in the bibliography and compared with the developed applications demonstrate that elaborate routines provide valid and accurate results. Schedules of checks, help buttons, flexibility in data entry, restriction to the minimum normative dimensions, tables and schematic drawings are some of the items that make the experience of analyzing a usual structure be faster and mainly effective.

Keywords: Routines, Calculation, Analysis

SUMÁRIO

<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u>	<u>1</u>
1.1 - PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO.....	1
1.2 - JUSTIFICATIVA	1
1.3 - OBJETIVO GERAL.....	3
1.4 - OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
<u>CAPÍTULO 2 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A TEORIA E NORMATIZAÇÃO DO CONCRETO ARMADO.....</u>	<u>4</u>
2.1 - DEFINIÇÃO E CONCEITUAÇÃO BÁSICA DE CONCRETO ARMADO	4
2.1.1 - VANTAGENS	4
2.1.2 - DESVANTAGENS.....	5
2.2 - RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO	5
2.3 - RESISTÊNCIA À TRAÇÃO.....	5
2.4 - MÓDULO DE ELASTICIDADE.....	6
2.5 - AÇO DE ARMADURA PASSIVA	6
2.6 - DURABILIDADE	7
2.6.1 - ASPECTOS RELATIVOS AO CONCRETO	7
2.6.2 -ASPECTOS RELATIVOS À ARMADURA	7
2.6.3 - ASPECTOS RELATIVOS A AÇÕES MECÂNICAS.....	8
2.6.4 - ASPECTOS FÍSICOS E QUÍMICOS	8
2.7 - COBRIMENTO NOMINAL	8
2.8 - ESTADOS LIMITES.....	9
2.8.1 - ESTADO LIMITE ÚLTIMO.....	10
2.8.2 - ESTADO LIMITE DE SERVIÇO.....	10
2.9 - AÇÕES.....	10
2.9.1 - AÇÕES PERMANENTES.....	10
2.9.2 - AÇÕES VARIÁVEIS	11
2.10 - COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES	11
2.11 - COMBINAÇÕES ÚLTIMAS.....	12
2.12 - COMBINAÇÕES DE SERVIÇO	12

CAPÍTULO 3 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS.....13

3.1 - CONCEITUAÇÃO PRELIMINAR.....	13
3.2 - VANTAGENS.....	13
3.3 - DESVANTAGENS.....	14
3.4 - DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS BÁSICOS CONSTITUINTES DA LAJE.....	14
3.4.1 - INTEREIXO (<i>l</i>).....	15
3.4.2 - LARGURA DA MESA OU LARGURA COLABORANTE (<i>bf</i>)	15
3.4.3 - LARGURA DAS NERVURAS (<i>bw</i>)	16
3.4.4 - ALTURA DO ELEMENTO DE ENCHIMENTO (<i>he</i>)	16
3.4.5 - ALTURA DA VIGOTA (<i>hv</i>)	17
3.4.6 - ALTURA TOTAL DA LAJE (<i>h</i>).....	17
3.4.6 - ALTURA DA MESA OU ESPESSURA DA CAPA (<i>hc</i>).....	17
3.5 - CLASSIFICAÇÃO DAS LAJES.....	17
3.6 - CLASSIFICAÇÃO DAS ARMADURAS TIPO TRELIÇA	18
3.7 - ELEMENTOS DE ENCHIMENTO	18
3.8 - DIMENSIONAMENTO A FLEXÃO.....	18
3.8.1 - ESFORÇOS SOLICITANTES	20
3.8.2 - CÁLCULO PARA O ESTADO LIMITE ÚLTIMO.....	20
3.9 - VERIFICAÇÃO AO CISALHAMENTO	21
3.9.1 - VERIFICAÇÃO AO CISALHAMENTO PARA INTEREIXOS MENORES OU IGUAIS A 65CM	21
3.9.2 - COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO	22
3.10 - DIMENSÕES MÍNIMAS	22
3.11 - CÁLCULO DE FLECHAS	22

CAPÍTULO 4 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS VIGAS DE CONCRETO ARMADO.....23

4.1 - CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES.....	23
4.2 - HIPÓTESES BÁSICAS PARA O DIMENSIONAMENTO DE VIGAS.....	23
4.3 - DEFINIÇÕES BÁSICAS	23
4.3.1 - VÃO EFETIVO.....	23
4.3.2 - PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA ALTURA	24

4.3.3 - HIPÓTESE DE VIGA CONTÍNUA.....	24
4.4 - DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES RETANGULARES SUJEITAS À FLEXÃO SIMPLES	25
4.4.1 - DETERMINAÇÃO DAS CARGAS	25
4.4.2 - ROTEIRO DE DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS LONGITUDINAIS	25
4.5 - DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES RETANGULARES SUJEITAS À FORÇA CORTANTE.	27
4.5.1 - MODELO DE CÁLCULO I	27
4.6 - VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÕES EXCESSIVAS (ELS-DEF)	29
4.7 - VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE ABERTURA DE FISSURAS (ELS-W).....	31
4.8 - ANCORAGENS	32
4.8.1 - COMPRIMENTO BÁSICO DE ANCORAGEM.....	32
4.8.2 - COMPRIMENTO NECESSÁRIO DE ANCORAGEM	32
4.8.3 - ÁREA NECESSÁRIA A ANCORAR NOS APOIOS	32
4.8.4 - ANCORAGENS COM GANCHO NAS EXTREMIDADES.....	33
4.8.5 - ANCORAGEM SEM GANCHO NA EXTREMIDADE	34

CAPÍTULO 5 – ASPECTOS GERAIS SOBRE OS PILARES DE CONCRETO ARMADO.....

5.1 - DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO	35
5.2 - ASPECTOS PRELIMINARES.....	35
5.3 - TIPOS DE PILARES	35
5.3.1 - PILARES DE CENTRO OU INTERMEDIÁRIOS	35
5.3.2 - PILARES DE EXTREMIDADE.....	35
5.3.3 - PILARES DE CANTO	35
5.4 - ESBELTEZ	36
5.4.1 - CLASSIFICAÇÃO QUANTO À ESBELTEZ :.....	36
5.5 - EXCENTRICIDADE	37
5.5.1 - EXCENTRICIDADE DE 1ª ORDEM	37
5.5.2 - EXCENTRICIDADE DE FÔRMA.	37
5.5.3 - EXCENTRICIDADE ACIDENTAL	38
5.5.4 - EXCENTRICIDADE DE SEGUNDA ORDEM	38
5.6 - MÉTODO DO PILAR PADRÃO COM CURVATURA APROXIMADA.....	39
5.7 - MÉTODO DO PILAR PADRÃO COM RIGIDEZ k APROXIMADA.	39
5.8 - CÁLCULO DA ARMADURA NECESSÁRIA	40

5.9 - DETALHAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO.....	40
5.9.1 - DIMENSÕES MÍNIMAS	40
5.9.2 - DIÂMETRO DAS BARRAS	41
5.9.3 - TAXA GEOMÉTRICA MÍNIMA E MÁXIMA DE ARMADURA.....	41
5.9.4 - ESPAÇAMENTO LIVRE ENTRE AS BARRAS LONGITUDINAIS	41
5.9.5 - ESPAÇAMENTO MÁXIMO ENTRE OS EIXOS DAS ARMADURAS LONGITUDINAIS	41
5.9.6 DIÂMETRO DOS ESTRIBOS	41
5.9.7 - ESPAÇAMENTO ENTRE ESTRIBOS	41
5.9.8 - PROTEÇÃO CONTRA FLAMBAGEM.....	42
5.9.9 - EMENDA DE BARRAS	42

CAPÍTULO 6 – MATERIAIS E MÉTODOS.....44

6.1 - METODOLOGIA DAS APLICAÇÕES DAS ROTINAS PARA CÁLCULO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO.....	44
---	-----------

CAPÍTULO 7 – RESULTADOS E DISCUSSÕES46

7.1 - APLICATIVO PARA VERIFICAÇÃO DE VIGOTAS DE LAJES PRÉ-FABRICADAS UNIDIRECIONAIS.....	46
7.1.1 - ATRIBUIÇÕES DO SOFTWARE.	47
7.1.2 - SOLUÇÃO DO EXEMPLO 4 – SILVA (2005), P.212	48
7.1.3 - SOLUÇÃO DO EXEMPLO 2 – CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO (2014), P.215	53
7.2 - APLICATIVO PARA DIMENSIONAMENTO VERIFICAÇÃO E DETALHAMENTO DE VIGAS BIAPOIADAS E DIMENSIONAMENTO PARA E.L.U DE VIGAS CONTÍNUAS COM 3 APOIOS.	54
7.2.1 – ATRIBUIÇÕES DO SOFTWARE	54
7.2.2 – EXEMPLO – DIMENSIONAR E DETALHAR A VIGA MAIS SOLICITADA DO ESQUEMA ESTRUTURAL ABAIXO COMPOSTO DE LAJE NERVURADA UNIDIRECIONAL (PRÉ-FABRICADA) E VIGAS DE CONCRETO ARMADO.	57
7.2.3 – EXEMPLO – MILTON ARAÚJO VOLUME 2. PG (ELU)	65
7.3 - APLICATIVO PARA DIMENSIONAMENTO DE PILARES CENTRADOS.....	71
7.3.1 – ATRIBUIÇÕES DA PLANILHA	71
7.4 – APLICATIVO PARA DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CANTO	72
7.4.1 – ATRIBUIÇÕES DO SOFTWARE	72
7.5 – APLICATIVO PARA DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE EXTREMIDADE.....	73

7.5.1 – ATRIBUIÇÕES DO SOFTWARE	73
7.6 – DIMENSIONAMENTO DE LANCES DE PILARES DE UM PAVIMENTO.....	73
7.6.1 – DIMENSIONAMENTO DO PILAR INTERNO (P5)	74
7.6.2 – DIMENSIONAMENTO DO PILAR DE EXTREMIDADE (P4).....	77
7.6.3 – DIMENSIONAMENTO DO PILAR DE CANTO	80

CAPÍTULO 8 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....85

8.1 – LAJES PRÉ-FABRICADAS UNIDIRECIONAIS	85
8.2 - VIGAS BIAPOIADAS	85
8.3 - VIGAS CONTÍNUAS.....	86
8.4 - PILARES DE CENTRO	86
8.5 – PILARES DE CANTO	87
8.6 – PILARES DE EXTREMIDADE	87

9. REFERÊNCIAS

APÊNDICES

APÊNDICE A	91
○ CÁLCULO COMO SEÇÃO RETANGULAR (E.L.U).....	91
○ VERIFICAÇÕES QUANTO AO ESFORÇO CORTANTE	91
○ VERIFICAÇÃO DO ELS-DEF	91
○ RESUMO E DETALHAMENTO SIMPLIFICADO	91
APÊNDICE B – CÁLCULO DE FLECHAS - CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO (2014), p.215	91
APÊNDICE C – LEVANTAMENTO DE CARGAS	91
APÊNDICE D – MEMÓRIA DE CÁLCULO VIGA BIAPOIADA	91
APÊNDICE E – TRAÇADO DOS DIAGRAMAS	91
APÊNDICE F – MEMÓRIA DE CÁLCULO VIGA CONTÍNUA	91
APÊNDICE G – MEMÓRIA DE CÁLCULO PILAR DE CENTRO	91
APÊNDICE H – MEMÓRIA DE CÁLCULO PILAR DE EXTREMIDADE	91
APÊNDICE I – MEMÓRIA DE CÁLCULO PILAR DE CANTO	91

Lista de figuras

Figura 1 - Fluxograma dos modelos	2
Figura 2 - Esquema das lajes tipo treliça	14
Figura 3 - Elementos básicos da laje pré-fabricada	15
Figura 4 Parâmetros da laje colaborante	16
Figura 5 Região maciça em apoios com momento negativo	19
Figura 6 - Simplificação da seção da nervura.....	20
Figura 7 Detalhe das armaduras As1	21
Figura 8 Dimensões para cálculo de vão efetivo	23
Figura 9 Fluxograma do cálculo da armadura longitudinal.....	27
Figura 10 Fluxograma do dimensionamento à força cortante	29
Figura 11 - Detalhe de um gancho genérico.....	33
Figura 12 - Comprimento da barra com gancho retificada.....	34
Figura 13 - Comprimento da barra reta	34
Figura 14 Arranjo de pilares	36
Figura 15 Imperfeições globais	38
Figura 16 Fluxograma método do pilar padrão com curvatura aproximada	39
Figura 17 Resumo das principais recomendações da NBR 6118/14.....	42
Figura 18 Região não protegida contra flambagem.....	42
Figura 19 - Interface do aplicativo para cálculo e verificação de lajes pré-fabricadas unidirecionais	46
Figura 20 - Planta de fôrma	48
Figura 21 - Preenchimento dos dados de entrada	50
Figura 22 - Verificações	50
Figura 23 - Relatórios	51
Figura 24 - Atribuições do programa	54
Figura 25 - Planta de fôrma do pavimento em estudo	58
Figura 26 - Dados de entrada.....	59
Figura 27 - Esquema das armaduras para o E.L.U	60
Figura 28 - Verificações iniciais.....	60
Figura 29 - Verificações satisfeitas	61
Figura 30 - Ver detalhamentos	62
Figura 31 - Detalhamento da armadura longitudinal.....	63

Figura 32 - Detalhamento dos estribos	63
Figura 33 - Detalhamento da armadura de pele.....	64
Figura 34 - Fôrmas e detalhamento simplificado	64
Figura 35 - Dados de entrada.....	66
Figura 36 - Traçado dos diagramas	67
Figura 37 - Interface de seleção da seção	68
Figura 38 - Dimensionamento do primeiro tramo	68
Figura 39 - Armadura positiva escolhida	68
Figura 40 - Detalhe do corte A-A.....	70
Figura 41 - Detalhe do corte B-B	70
Figura 42 - Detalhe do corte C-C	71
Figura 43 - Planta de fôrma de estudos	73
Figura 44 - Planta e corte do pilar P5	74
Figura 45 - Dados de entrada P5	75
Figura 46 - Cortes P5.....	75
Figura 47 - Detalhamento esquemático do pilar P5	76
Figura 48 - Seção intermediária mais excêntrica.....	77
Figura 49 - Dados de entrada P4	77
Figura 50 - Geometria do arranjo do pilar P5.....	78
Figura 51 - Seção intermediária mais solicitada (P4).....	79
Figura 52 - Detalhamento do pilar P4	80
Figura 53 - Dados de entrada pilar P1	81
Figura 54 - Dimensões em planta.....	81
Figura 55 - Corte B-B do pilar P1	82
Figura 56 - Corte A-A pilar P1	83
Figura 57 - Situação de projeto do pilar P1 se fosse calculado pela curvatura aproximada	83
Figura 58 - Detalhamento do pilar P1	84

Lista de quadros

Quadro 1 - Valor do coeficiente de aderência	7
Quadro 2 - Classe de agressividade ambiental	8
Quadro 3 - Cobrimento nominal em função das características da edificação.....	9
Quadro 4 - Intereixos padronizados	15
Quadro 5 - Altura total em função da altura de enchimento	16
Quadro 6 - Valores mínimos de espessura da capa	17
Quadro 7 - Classificação das lajes nervuradas pré-fabricadas	18
Quadro 8 - Valores máximos do fator adimensional e da profundidade da linha neutra	26
Quadro 9 - Taxas de armadura mínima	29
Quadro 10 - Valores máximos de diâmetro e espaçamento com barras de alta aderência	32
Quadro 11 - Diâmetro mínimo do pino de dobramento	33
Quadro 12 - Lista de variáveis.....	46
Quadro 13 - Dados de entrada	48
Quadro 14 - Comparativo entre as flechas obtidas.....	52
Quadro 15 - Flechas obtidas pela aplicação	52
Quadro 16 - Comparativo entre as flechas no tempo infinito.....	52
Quadro 17 - Dados de entrada	53
Quadro 18 - Comparativo entre flechas imediatas	54
Quadro 19 - Variáveis: vigas bi apoiadas.....	55
Quadro 20 - Dados de entrada	56
Quadro 21 - Levantamento de cargas	58
Quadro 22 - Quadro de ferros gerado pelo programa.....	64
Quadro 23 - Resumo dos quantitativos	65
Quadro 24 - Dados de entrada	65
Quadro 25 - Comparativo entre as armaduras longitudinais	69
Quadro 26 - Comparativo entre as armaduras negativas	69
Quadro 27 - Comparativo entre as armaduras transversais	69

Lista de tabelas

Tabela 1 - Exemplos básicos da bibliografia.....	45
--	----

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Problema de investigação

A utilização de planilhas eletrônicas e aplicativos com interface interativa otimizam a verificação e o dimensionamento de elementos isolados de uma estrutura de Concreto Armado. O *Microsoft Excel*[®] é um programa de fácil acesso e pode ser utilizado em diversas áreas, inclusive na Engenharia Civil. A criação de rotinas para verificação, dimensionamento, levantamento de materiais e custos, detalhamentos simplificados, viabilizam o uso dessa ferramenta para análise de elementos estruturais de Concreto Armado.

Os projetos de engenharia de estruturas envolvem na concepção a compatibilização com a arquitetura, de forma a inserir os elementos estruturais com o menor impacto possível na arquitetura. Em seguida, os elementos são dimensionados de modo a satisfazer os estados últimos e de serviço. Por fim, os elementos são detalhados para o processo construtivo. A maioria dos problemas de estruturas de concreto apresentam muitas soluções, ou seja, dependendo da concepção e método de cálculo adotado, surgem várias soluções possíveis que atendem tanto os critérios últimos, quanto os de serviço. O desafio na atualidade é, portanto, escolher entre todas as soluções possíveis, aquela que apresente o menor custo, traduzindo todas as soluções que envolvem inúmeras variáveis em uma variável apenas: o custo. (MAIA, 2009).

O cálculo manual automatizado, obviamente, apresenta algumas restrições. Um problema comum é a entrada de dados ser limitada. Embora o conceito de engenharia de softwares busque a adaptação do modelo ao engenheiro calculista, nas ferramentas simplificadas, este processo torna-se dispendioso devido à precisão dos resultados procurados. Essa limitação se justifica pelo fato de que até mesmo os calculistas padronizam certos procedimentos e condutas em seus projetos (CARMO, 2001).

1.2 - Justificativa

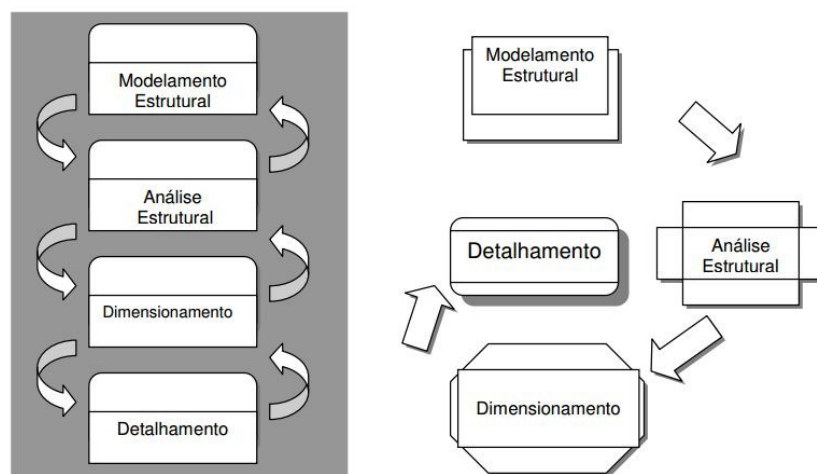
O processo de cálculo manual que era praticado antes do advento dos *softwares*, dispndia muito tempo do projetista, mesmo realizando diversas considerações para simplificar o modelo estrutural, permitidas pelas normas regularizadoras. Atualmente, a produtividade concedida pela utilização dos softwares processadores permite a elaboração de modelos mais realistas da estrutura, que consideram métodos mais refinados como o de pórtico espacial, por exemplo. Entretanto, dependendo do nível de precisão, pode-se dimensionar elementos isolados e utilizar-se da programação para realizar essas rotinas de dimensionamento, também. Aplicações em lajes unidirecionais, vigas e pilares são viáveis de se programar pois, seguem roteiros bem

definidos. Essas aplicações são modeladas de maneira a permitir o cálculo manual com muita agilidade e precisão, em alguns casos, bem razoável. Além disso, esses aplicativos em VBA podem ser concebidos mostrando, inclusive, a elasticidade de cada variável, isto é, a influência o impacto da mudança de uma variável em relação ao custo. Pode-se, por exemplo, analisar a influência do aumento do f_{ck} do concreto no custo, ou até mesmo a influência da altura da peça, entre outras. Analisando vários cenários, as decisões tomadas no pré-dimensionamento do elemento são aperfeiçoadas.

A criação, portanto, de uma ferramenta que proporcione a entrada de dados de maneira intuitiva e explicativa e que forneça uma memória de cálculo que pode servir de análise e estudo de estruturas de concreto armado é, nesse ponto de vista, interessante.

A Figura 1 mostra as etapas de funcionamento de uma aplicação para cálculos estruturais. A etapa de modelamento estrutural corresponde aos pré-dimensionamentos. Posteriormente, há a análise estrutural, que corresponde às verificações de serviço. Por fim, faz-se o dimensionamento e detalhamento final do elemento de concreto.

Figura 1 - Fluxograma dos modelos



Fonte: Carmo, 2001, p.6

Os métodos de cálculo mais usuais são baseados na NBR 6118/14 e bibliografia utilizada em cursos de graduação. As publicações de autores como: José Milton de Araújo, Roberto Chust de Carvalho, Péricles Brasiliense Fusco e Paulo Sérgio dos Santos Bastos.

Planilhas eletrônicas com interface didática podem respaldar também os métodos de ensino dentro das academias e auxiliar na ministração das disciplinas relacionadas. Memoriais de cálculo e desenhos esquemáticos gerados automaticamente, facilitam o entendimento e a visualização do esquema físico dos elementos estruturais de concreto e seus detalhamentos.

1.3 - Objetivo Geral

Propor ferramentas em VBA para avaliar sua eficiência e agilidade na verificação, dimensionamento e detalhamento de peças usuais de concreto armado.

1.4 - Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, busca-se validar as aplicações criadas em VBA comparando resultados obtidos em exemplos resolvidos na bibliografia. Na análise das vigas, será dimensionado um exemplo de Araújo (2010) a ser descrito no capítulo 6. Além disso, será dimensionado um pórtico de laje nervurada unidirecional de modo a analisar as vigas mais solicitadas nas bordas. No caso de pilares, será utilizado um exemplo de Fusco (1981) que embora utilize a NB-1, seus resultados serão comparados com a NBR 6118/14. Por fim, no caso de lajes nervuradas unidirecionais, será resolvido um exemplo de Carvalho e Figueiredo Filho (2014), e também será calculada uma laje que está presente em uma Silva (2005). Essas comparações servirão de base para validação dos aplicativos.

CAPÍTULO 2 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A TEORIA E NORMATIZAÇÃO DO CONCRETO ARMADO

2.1 - Definição e conceituação básica de concreto armado

O dimensionamento de estruturas de concreto necessita do conhecimento de diversos assuntos, métodos de cálculo, princípios, simplificações e restrições. Há algumas bibliografias disponíveis com um vasto conteúdo e abordagens atrativas e arrojadas. Nessa abordagem teórica pretende-se, de uma forma sutil e modesta, apresentar algumas das principais exigências normativas e metodológicas baseadas na NBR 6118/14 para as estruturas de concreto armado.

A NBR-6118/14 define elementos de concreto armado como sendo aqueles cujo comportamento estrutural depende da aderência entre concreto e armadura. A armadura que não sofre alongamento inicial, dá-se o nome de passiva. Quando submetida a esforços devido a sua aderência com o concreto, ela se deforma. O concreto armado é, portanto, a união do concreto simples com armadura e aderência.

As estruturas de concreto devem sempre apresentar resistência e durabilidade. A pedra natural tem resistência à compressão e durabilidade elevadas, porém, baixa resistência à tração. Juntando as qualidades da pedra com as resistências mecânicas do aço, promove-se o Concreto Armado, capaz de se moldar de diferentes formas, com rapidez, facilidade e, além disso, proteger o aço contra a corrosão.

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2007), o concreto armado possui vantagens e desvantagens, que eles destacam:

2.1.1 - Vantagens

- Boa resistência a maioria das solicitações;
- Boa trabalhabilidade, podendo ser moldado de diferentes formas, o que confere maior liberdade ao projetista;
- Possibilidade de se obter estruturas monolíticas. Vantagem característica do concreto se comparado com estruturas de aço ou de madeira;
- Técnica de construção razoavelmente dominada pela mão de obra;
- Possibilidade de se elaborar elementos pré-moldados;
- Boa resistência a choques e vibrações, além de efeitos térmicos, atmosféricos e desgastes mecânicos (fadiga);

2.1.2 - Desvantagens

- Peso específico elevado, o que resulta em estruturas maiores que o aço, por exemplo.
- Reformas são de difícil execução, na maioria das vezes. A conclusão disso, são medidas corretivas de maior dificuldade.
- Por ser bom condutor de calor, em alguns casos, é necessário a introdução de medidas para evitar o fluxo de calor, como por exemplo, o uso de material isolante como enchimento em lajes nervuradas de modo a sanar essa deficiência também.
- O uso de fôrmas e escoramentos, talvez seja a principal desvantagem do sistema em concreto armado, devido ao custo elevado e à obstrução do fluxo até a desforma ou retirada das escoras, após o período de maturação do concreto.

2.2 - Resistência à compressão

O concreto possui elevada resistência à compressão. Seu principal atributo na verdade é esse. A resistência característica do concreto é determinada pelo ensaio de corpos de dimensões padronizadas definidas pela NBR 5378:94 e pela NBR 5739-94. A partir destes valores, a NBR 6118/14 estima um valor de resistência característica à compressão que corresponde a um intervalo de probabilidade de confiança de 95%, a partir de 28 dias.

Uma vez definido o valor característico de resistência à compressão, deve-se obter, mediante a NBR 6118/14, o coeficiente de ponderação da resistência do concreto γ_c , sendo a resistência à compressão de cálculo f_{cd} dada por:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (1)$$

Onde:

f_{cd} : Resistência à compressão de cálculo do concreto item 12.3.3 NBR 6118/14

f_{ck} : Resistência do concreto aos 28 dias

γ_c : Coeficiente de ponderação da resistência do concreto item 12.4.1 tabela 12.1 NBR 6118/14

2.3 - Resistência à tração

A baixa resistência à tração (cerca de 10% a 15% da resistência à compressão), pode parecer desprezível. Porém, para fins de deformações, devido às cargas de serviço, verificações de ancoragem, de cisalhamento e fissuração, a estimativa dessa resistência torna-se necessária. A correta discriminação dessa grandeza pode ser determinada por ensaios enquadrados na NBR 7222 e NBR 12142. Contudo, a NBR 6118:14 disponibiliza equações para quando este

parâmetro não puder ser determinado em laboratório. O item 8.2.5 define os valores médios característicos das resistências à tração.

- Para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (2)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ct,m} \quad (3)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ct,m} \quad (4)$$

Onde $f_{ct,m}$, $f_{ctk,inf}$, $f_{ctk,sup}$ e f_{ck} são dados em MPa (megapascal).

2.4 - Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade está relacionado à taxa de variação do diagrama tensão x deformação, sendo parâmetro fundamental nos dados de entrada para cálculo de estruturas de concreto. O módulo de elasticidade denominado E_{ci} deve ser obtido por ensaios normatizados pela NBR 8522. A NBR 6118/14 indica expressões que podem ser utilizadas quando não há a possibilidade de se realizar ensaios para determinar o módulo de elasticidade inicial.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (5)$$

Para f_{ck} de 20MPa a 50MPa ;

α_E : depende do tipo de agregado graúdo, sendo igual a 1,2 pra agregado basáltico

A NBR 6118/14 também indica que o módulo de elasticidade secante, quando não for obtido por ensaios (NBR 8522), pode ser estimado por:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (6)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1 \quad (7)$$

Para f_{ck} em MPa.

2.5 - Aço de armadura passiva

A armadura passiva, necessária no concreto armado, é normatizada pela NBR 7480/2000, a qual estabelece valores característicos de escoamento para aços de classe CA-25, CA-50 e CA-60. Além disso, essa norma estabelece os diâmetros transversais nominais que devem servir de dados de entrada para o projeto de estruturas de concreto armado.

As barras podem ser lisas, entalhadas e providas de saliências ou mossas. A capacidade de aderência entre o aço e o concreto é definido pelo coeficiente η_1 . O Quadro 1 estabelece a relação entre o tipo de superfície e a capacidade resistente.

Quadro 1 - Valor do coeficiente de aderência

Tipo de superfície	η_1
Lisa	1,0
Entalhada	1,4
Nervurada	2,25

Fonte: NBR 6118/14

O módulo de elasticidade do aço, na falta de ensaios ou de dados fornecidos pelo fabricante, pode ser estimado em 210 GPa. A resistência do aço de cálculo f_{yd} é função da resistência característica f_{yk} minorado pelo coeficiente de minoração γ_y estabelecido pelo item 12.4.1, mencionado anteriormente.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_y} \quad (8)$$

2.6 - Durabilidade

Os projetos modernos em concreto armado têm, como um dos pontos mais relevantes, a durabilidade. Isso tornou-se uma condição necessária para a viabilidade e atendimento das funções projetadas para estrutura ao longo de sua vida útil. Na verdade, a vida útil de grande parte das estruturas, principalmente, das fundações, deve ser igual à vida útil de projeto, que é em torno de 50 anos. Isso decorre do fato de que manutenções corretivas nesses elementos são, em grande parte dos casos, inviáveis. (NBR 15575 2013)

Na análise da durabilidade do concreto, devem ser levados em conta aspectos relativos ao concreto, armadura, aspectos mecânicos, físicos e químicos. Dentre os quais, Araújo (2010) destaca;

2.6.1 - Aspectos relativos ao concreto

- Lixiviação provocada pela água, causando remoção de hidróxido de cálcio;
- Expansão na presença de água da chuva ou devido a estrutura estar em solos contaminados.

2.6.2 -Aspectos relativos à armadura

- Corrosão.

2.6.3 - Aspectos relativos a ações mecânicas

- Deformações relativas de origem térmica;
- Impactos frontais e laterais;
- Ações cíclicas.

2.6.4 - Aspectos físicos e químicos

- Classe de agressividade do ambiente, que está intimamente ligada ao processo de deterioração da estrutura.

A NBR 6118/14 estabelece a classe de agressividade na tabela 6.1 no item 6.4.2. O Quadro 2 estabelece a classificação da classe de agressividade.

Quadro 2 - Classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fracá	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito forte	Industrial	Elevado
		Respingos de maré	

Fonte: NBR 6118/14

2.7 - Cobrimento nominal

Uma vez determinada a classificação da edificação a ser projetada, define-se o cobrimento nominal necessário para proteção das armaduras. A Tabela 7.2 da NBR 6118/14 estabelece este parâmetro em função da tipologia de concreto utilizada, tipologia de elemento estrutural e classe de agressividade. O Quadro 3 resume o cobrimento nominal para as estruturas de concreto armado, foco de estudo desse trabalho.

Quadro 3 - Cobrimento nominal em função das características da edificação

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50

Fonte: NBR 6118/14

2.8 - Estados limites

Além de aspectos estéticos e econômicos, as estruturas de concreto armado devem ser projetadas para cumprir todos requisitos de utilização. Ou seja, devem ser capazes de suportar as ações que estão sujeitas, sem comprometer a segurança, conforto e durabilidade. Um dos desafios do projeto estrutural, é, portanto, garantir todos os requisitos básicos de conforto, segurança e durabilidade, sem elevar excessivamente os custos.

A segurança está relacionada ao suporte das ações durante a vida útil de projeto, sem ocasionar a ruína. É importante lembrar que se deve garantir a segurança também na fase de construção. É evidente que há sempre um risco no que tange a esse atributo. Deste modo, definem-se coeficientes que gerenciam os riscos de falha de utilização em função de parâmetros e coeficientes probabilísticos para que o quesito segurança seja garantido com certa margem.

O conforto pode ser visto, de acordo com Araújo (2010), como o bom desempenho em serviço. As condições normais de utilização, considerando deformações e fissurações, definem esse atributo. Deste modo, as deformações devem ser suficientemente pequenas para não afetar a aparência ou causar danos em elementos não estruturais, como, por exemplo, as alvenarias. Além disso, deve-se controlar o grau de fissuração para não desconforto ao usuário ou até mesmo a proteção ineficaz das armaduras em relação à corrosão.

A durabilidade em uma edificação em concreto armado, de um modo geral, implica na conservação da estrutura ao longo de sua vida útil, sem reparos onerosos, uma vez que as condições ambientais foram previstas e as precauções puderam ser tomadas a nível de projeto e manutenção, por exemplo.

2.8.1 - Estado limite último

Admite-se a violação deste estado quando há a paralisação total ou em parte do uso da estrutura devido a colapsos ou a qualquer forma de ruína. (Araújo 2010).

Perda da capacidade total, parcial, ruptura por esmagamento do concreto, escoamento excessivo do aço, tombamento, flambagem e ruína por fadiga são alguns sinais que o estado limite último foi violado.

Uma vez que as estruturas são projetadas, principalmente, em relação à segurança, não se admite, em hipótese alguma, o ultrapasse desse estado. Embora pareça óbvio, é necessário definir parâmetros para poder avaliar esse estado. A NBR 6118/14 no item 10.3 define algumas hipóteses de avanço do estado limite último, dentre as quais destacam-se em edificações correntes:

- Ruptura ou deformação plástica excessiva dos materiais;
- Equilíbrio instável, considerando efeitos de segunda ordem;
- Perda de equilíbrio da estrutura, que por hipótese, é admitida como corpo rígido;
- Esgotamento da capacidade resistente da estrutura;
- Colapso progressivo, devido à fadiga.

2.8.2 - Estado limite de serviço

O estado limite último está relacionado à segurança, enquanto o estado limite de serviço relaciona-se à durabilidade e conforto. Nos projetos usuais de concreto armado, os estados limites de serviço mais usuais de serem verificados são o de abertura de fissuras (ELS-W) e o estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF), embora o item 10.4 da NBR 6118/14 afirme que em construções especiais pode ser necessário verificar outros estados que não estão definidos nesta norma.

2.9 - Ações

Segundo Araújo (2010), as ações são as causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas que podem ser diretas ou indiretas. As ações diretas são as forças e as ações indiretas são as deformações impostas pelas ações diretas.

2.9.1 - Ações permanentes

As ações permanentes são ações que ocorrem com valores constantes ou com pequena variação ao longo da vida útil. Além disso, a NBR 6118/14 considera também como ações permanentes aquelas que aumentam de modo a se acomodar em uma assíntota, ou seja, que tendem a um valor limite. Podem ser permanentes diretas ou indiretas.

Ações permanentes diretas são constituídas pelo peso próprio da estrutura, pelo peso dos elementos construtivos fixos, das instalações permanentes e dos empuxos permanentes. (NBR 6118/14, item 11.3.2)

Ações permanentes indiretas são constituídas pelas deformações impostas por retração e fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas e protensão. (NBR 6118/14, item 11.3.3)

2.9.2 - Ações variáveis

Podem ser classificadas em ações variáveis diretas e ações variáveis indiretas.

- Ações variáveis diretas:

São constituídas pelas cargas acidentais previstas do uso da edificação, cargas de vento e de água. Deve-se respeitar sempre as prescrições por Normas Brasileiras específicas. (NBR 6118/14, item 11.4.1)

- Ações variáveis indiretas:

Variações uniformes e não uniformes de temperatura e ações dinâmicas. Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2007), a variação de temperatura é considerada uniforme quando é causada globalmente por insolação direta e por variação de temperatura atmosférica.

2.10 - Coeficientes de ponderação das ações

- Coeficientes de ponderação para o estado limite último (ELU):

As ações devem ser majoradas pelo coeficiente γ_f , isto é, os esforços solicitantes de cálculo F_d devem ser obtidos pela multiplicação entre as ações características F_k e seu respectivo coeficiente de ponderação.

$$F_d = F_k \cdot \gamma_f \quad (9)$$

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3} \quad (10)$$

Onde:

γ_{f1} : depende da variabilidade das ações

γ_{f2} : depende da simultaneidade das ações

γ_{f3} : considera erros de avaliação das ações ou deficiência modelo de cálculo adotado

Geralmente, em estruturas correntes e em combinações normais, utiliza-se o $\gamma_f = 1,4$ para ações permanentes em efeitos desfavoráveis. A tabela 11.1 no item 11.7.1 da NBR

6118/14, estabelece o coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ e a tabela 11.2, estabelece o coeficiente γ_{f2} para diversas combinações de ações.

- Coeficientes de ponderação para o estado limite de serviço (ELS)

Em geral, adota-se:

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \quad (11)$$

Os valores de γ_{f2} encontram-se na tabela 11.2 e descritos também no item 11.7.2 da NBR 6118/14 sendo:

γ_{f2} : valor variável conforme a verificação que se deseja fazer;

$\gamma_{f2} = 1$ para combinações raras;

$\gamma_{f2} = \psi_1$ para combinações frequentes;

$\gamma_{f2} = \psi_2$ para combinações quase permanentes.

2.11 - Combinações últimas

As combinações últimas podem ser normais, especiais ou de construção e excepcionais. São utilizadas para a análise do esgotamento da capacidade resistente de estruturas de concreto armado ou protendido ou também na análise da perda do equilíbrio como corpo rígido. O item 11.8.2.4 da NBR 6118/14 apresenta a tabela 11.3 em que são definidas as equações para obtenção do valor de cálculo F_d em função das ações diretas e indiretas e variáveis.

2.12 - Combinações de serviço

As combinações de serviço são classificadas de acordo com sua permanência em:

- quase permanentes: podem atuar durante grande parte da vida útil. São utilizadas no estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF);
- frequentes: repetem-se muitas vezes ao longo da vida útil da estrutura. Sua verificação pode ser necessária nos estados limites de formação de fissuras (ELS-W) e também de vibrações excessivas;
- raras: têm baixa probabilidade de ocorrência e podem ser considerado na verificação do estado limite de formação de fissuras (ELS-W).

CAPÍTULO 3 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS

3.1 - Conceituação preliminar

O dimensionamento de uma estrutura composta por lajes, vigas e pilares requer o conhecimento do uso ao qual a estrutura estará sujeita, de modo a determinar as cargas permanentes, variáveis ou, em alguns casos, excepcionais. A partir da determinação dos esforços solicitantes, parte-se para as etapas de dimensionamento, verificação dos estados limites de serviço e posterior detalhamento das estruturas. Porém, Carvalho e Figueiredo Filho (2007) ressaltam que não é possível comparar um forro de uma casa popular de 70m² com o forro de um teatro de 1000m², por exemplo, no quesito finalidade. Isto é, as soluções estruturais variam para cada finalidade também.

Soluções que não requerem grande cunho técnico e propiciam velocidade de execução com valor econômico interessante ganham espaço no mercado. O exemplo típico disso são as lajes nervuradas pré-fabricadas, que são bem competitivas em algumas modalidades de construção. Isto é, construções com vãos pequenos ou médios, usuais em algumas edificações comerciais, residenciais, galpões, edifícios pequenos e residências assobradadas fazem com que o uso da laje nervurada pré-fabricada seja cada vez mais difundido.

Nesse projeto de TCC serão tratadas apenas das lajes nervuradas com vigotas pré-moldadas unidirecionais, devido a algumas vantagens e desvantagens que serão discutidas posteriormente.

3.2 - Vantagens

Segundo Silva (2005), as principais vantagens das lajes nervuradas são:

- Versatilidade nas aplicações: as lajes nervuradas podem ser aplicadas em diversos tipos;
- Possibilidade de embutir tubulações: evitam-se, em alguns casos, o uso de forro rebaixado ou forro falso, uma vez que as tubulações são instaladas nas lajes antes da concretagem;
- Redução no consumo de fôrmas e escoramentos: as vigotas pré-fabricadas têm a rigidez necessária para permitir vencer vãos da ordem de 1 m a 2 m, o que reduz significativamente o número de escoras se comparado com o sistema de lajes maciças, por exemplo. Além disso, uma vez que o elemento de enchimento é apoiado nas vigotas, forma-se um plano ao qual serve de fôrma para a concretagem da capa e de parte da nervura. Eventualmente, utilizam-se fôrmas nas nervuras transversais, quando necessário.

- Redução do custo da estrutura: pelo fato de trabalhar com materiais industrializados desde o enchimento até as nervuras, gera-se uma racionalização da execução reduzindo desperdícios. Além disso, é o sistema que apresenta menor consumo de concreto, fornecendo uma estrutura mais leve e mais econômica. Soma-se a isso a baixa demanda de mão de obra para execução e uso de fôrmas reduzido.

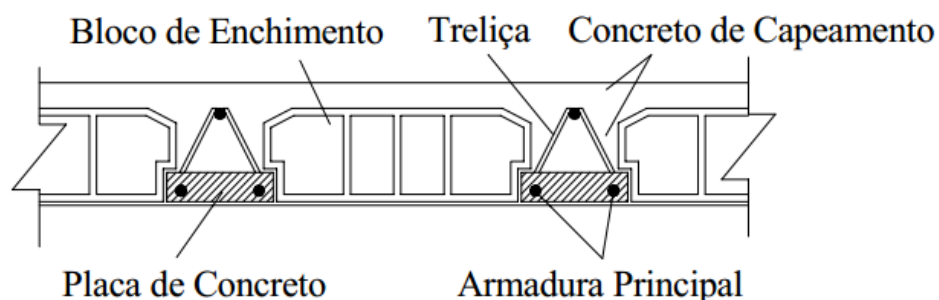
3.3 - Desvantagens

- Deslocamento transversal elevado: em comparação com as lajes maciças e lajes nervuradas moldadas in loco.
- Onerosa para grandes vãos: a laje nervurada pré-fabricada mostra-se onerosa para vencer grandes vãos, isto é, necessita de grandes alturas e grandes taxas de armaduras para vencer esses vãos.
- Distribuição em apenas uma direção: isso faz com que as vigas-suporte fiquem muito carregadas enquanto as laterais pouco ou nem carregadas, dependendo do modelo de cálculo adotado. Embora estudos elaborados por Carvalho e Figueiredo Filho (2007) demonstrem que a laje unidirecional apresente alguma rigidez na direção não principal, mesmo que pequena, cerca de 20 a 30% das ações são transmitidas para as vigas paralelas às vigotas devido a rigidez da capa. Geralmente, são considerados 30% das ações descarregando nas vigas ao longo do maior vão, uma vez que as lajes nervuradas unidirecionais são quase que na totalidade armadas na direção do menor vão, exceto em condições especiais.

3.4 - Definição dos elementos básicos constituintes da laje

Serão estudadas, nesse trabalho, as lajes tipo treliça com vigotas pré-fabricadas para desenvolvimento de aplicativo para dimensionamento e verificação de serviço. A Figura 2 mostra um esquema geral das lajes tipo treliça.

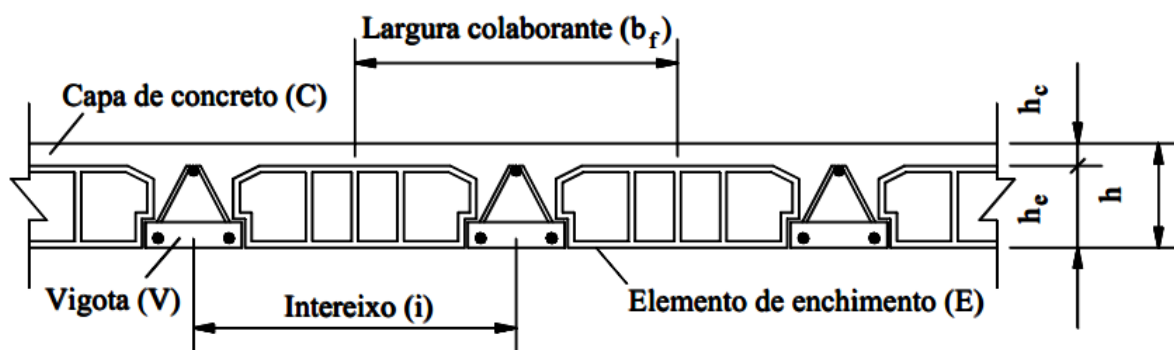
Figura 2 - Esquema das lajes tipo treliça



Fonte: SILVA, 2005, p.118

A NBR 14859-1 define os parâmetros básicos que caracterizam as lajes nervuradas unidirecionais. A Figura 3 apresenta um corte com os principais elementos da laje nervurada pré-fabricada. Nesse TCC, entenda-se laje pré-fabricada como a laje nervurada unidirecional com vigotas pré-fabricadas treliçadas.

Figura 3 - Elementos básicos da laje pré-fabricada



Fonte: SILVA, 2005, p.120

3.4.1 - Intereixo (i)

De acordo com a NBR 14859-1, o intereixo é a distância entre vigotas em que será preenchido com elemento de enchimento. Essa distância varia normalmente entre 40 cm e 50 cm. O Quadro 4 retirado da NBR 14859-1 apresenta os valores usuais de intereixos padronizados.

Quadro 4 - Inteixos padronizados

Tipo de vigota pré-fabricada	Inteixos padronizados (cm)
Vigota de concreto armado (VC)	33,0
Vigota de concreto protendido (VP)	40,0
Vigota treliçada (VT)	42,0

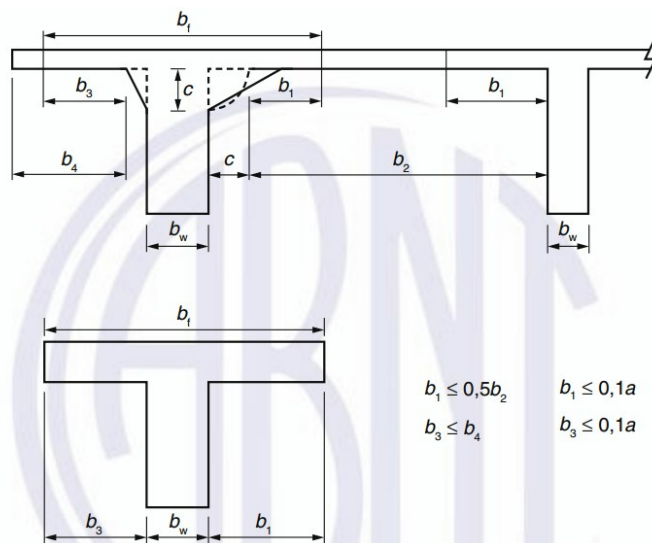
Fonte: NBR 14859-1

- Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor que 65cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para verificação do cisalhamento das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje estabelecidas no item 19.4.1. (NBR 6118/14).

3.4.2 - Largura da mesa ou largura colaborante (b_f)

A largura da mesa colaborante de vigas T é definida pelo item 14.6.2.2 da NBR 6118/14. A figura 4 representa esquematicamente a mesa colaborante.

Figura 4 Parâmetros da larura colaborante



Fonte: NBR 6118/14

3.4.3 - Largura das nervuras (b_w)

A NBR 6118/14, no item 13.2.4.2, descreve as condições das larguras das nervuras:

- A largura das nervuras não pode ser inferior a 5cm.
- Nervuras com espessura menor que 8cm não podem conter armadura de compressão.

3.4.4 - Altura do elemento de enchimento (h_e)

Em função das dimensões padronizadas, a NBR 14859-1 estabelece as alturas totais h em função do enchimento h_e . O Quadro 5 apresenta a relação entre essas grandezas

Quadro 5 - Altura total em função da altura de enchimento

Altura do elemento de enchimento (h_e)	Altura total da laje (h)
7,0	10,0 ; 11,0 ; 12,0
8,0	11,0 ; 12,0 ; 13,0
10,0	14,0 ; 15,0
12,0	16,0 ; 17,0
16,0	20,0 ; 21,0
20,0	24,0 ; 25,0
24,0	29,0 ; 30,0
29,0	34,0 ; 35,0

Fonte: NBR 14859-1: 2002

É importante ressaltar que o enchimento escolhido deve ter dimensão compatível com o quadro.

3.4.5 - Altura da vigota (h_v)

A altura da vigota dependerá da necessidade ou não de armadura de cisalhamento. Quando não há a necessidade, considera-se a altura como a distância entre a face inferior do elemento pré-fabricado até o topo do banzo superior da treliça. Caso haja armadura de cisalhamento, Silva (2005) recomenda que a treliça fique 1,5cm a 2,0cm abaixo da face superior da laje, isto é, a altura da vigota será então função da altura total da laje.

3.4.6 - Altura total da laje (h)

A altura total da laje é resultado da soma entre a altura do enchimento h_e e a altura da capa h_c . Normalmente, adota-se a altura total da laje a partir dos vãos e dos carregamentos e verifica-se se a adoção satisfaz os critérios dos estados limites últimos e de serviço.

3.4.6 - Altura da mesa ou espessura da capa (h_c)

A NBR 14859-01 fornece as dimensões mínimas da capa para diversas alturas padronizadas, de acordo com o Quadro 6.

Quadro 6 - Valores mínimos de espessura da capa

Altura total da laje (cm)	10	11	12	13	14	16	17	20	21	24	25	29	30	34
Espessura mínima da capa resistente (cm)	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5

Fonte: NBR 14859-01

Além disso, a NBR 6118 no item 13.2.4.2, afirma que:

- A espessura da mesa, quando não existirem tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a $1/15$ da distância entre as faces das nervuras e não menor que 4cm.
- O valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser de 5cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro menor ou igual a 10mm. Caso contrário, a mesa deve ter espessura mínima de $4\text{ cm} + \phi$, ou $4\text{ cm} + 2\phi$ no caso de haver cruzamento dessas tubulações.

3.5 - Classificação das lajes

As lajes nervuradas pré-fabricadas podem ser de concreto armado, protendido ou tipo trilha, respectivamente (LC, LP, LT). Nesse trabalho, será abordado apenas a de concreto armado LC. As denominações genéricas das lajes pré-fabricadas podem ser vistas no Quadro 7.

Quadro 7 - Classificação das lajes nervuradas pré-fabricadas

Genérico	Exemplos
LC h ($h_e + h_c$)	LC 11 (7+4)
LP h ($h_e + h_c$)	LP 12 (8+4)
LT h ($h_e + h_c$)	LT 30 (24+6)

Fonte: SILVA, 2005, p.125

3.6 - Classificação das armaduras tipo treliça

A NBR 14862:2002 classifica as treliças pela abreviatura TR seguido da altura da treliça em centímetros, sem casas decimais, e do diâmetro que compõe seus fios na ordem (banzo superior, diagonais e banzo inferior) em milímetros e sem casas decimais. Além disso, a letra “A” deve ser escrita logo após a indicação de bitolas que forem CA-50. Quando a treliça for integralmente composta de aço CA-60, não há necessidade de se designar a letra “A”. Por exemplo, uma treliça de CA-60 com 24,0 cm de altura, banzo superior com 12,7 mm, diagonal com 6,0 mm e banzo inferior com 9,5 mm será designada por TR241269. Se a armadura do banzo inferior for CA-50, a designação ficará TR241269A. Devem-se seguir as prescrições estabelecidas na tabela 4 da NBR 14859-1:2002.

3.7 - Elementos de enchimento

Pode ser de lajotas cerâmicas, blocos de concreto comum, celular, poliestireno expandido (EPS) ou outro material suficientemente rígido para suportar as ações de construção. Geralmente, o fabricante de lajes pré-fabricadas fornece as lajes com o material de enchimento. Esse material de enchimento varia também de acordo com a localidade. Contudo, as dimensões desse material devem ser padronizadas de acordo com a tabela 5.

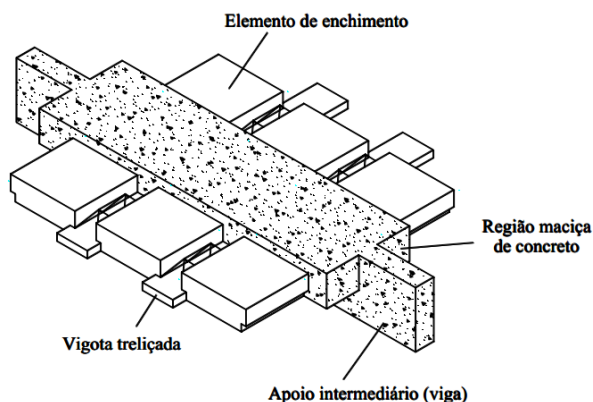
3.8 - Dimensionamento a flexão

No cálculo das lajes nervuradas unidirecionais, adota-se seção T para as nervuras. É vedada a consideração de qualquer resistência proveniente do material de enchimento. O esquema estático das mais usual é o de vigas biapoiadas nas vigas de borda ou paredes, desprezando a rigidez das vigas que sustentam a laje pois considera-se estas vigas de apoio como indelocáveis. Contudo, Fusco (1994) afirma que em regime elástico essa aproximação é grosseira, de acordo com suas pesquisas. Embora se possa considerar a continuidade de lajes, é comum a simplificação de cálculo desprezando-se a continuidade, isto é, considerando-as apenas como vigas biapoiadas nas bordas.

Um dos motivos dessa simplificação é devido à necessidade de reforço na região entre os pontos de momento negativo gerado por apoios intermediários. Usualmente, cria-se uma seção maciça entre o início do momento negativo e o seu término. Além disso, muitas vezes, em virtude do efeito de continuidade e redução dos momentos fletores positivos, surgem momentos fletores negativos, inclusive superiores àqueles obtidos por análise biapoiada, o que demanda fôrmas e escoras para execução da região maciça que cobrirá os pontos de momento fletor nulo. (FURLAN JUNIOR et al. 2002)

Porém, embora se despreze a continuidade das vigotas, usualmente, há a necessidade de se colocar armaduras negativas nas regiões de apoio, por questões de fissuração. A figura 5 representa a região maciça de concreto em um apoio intermediário com momento negativo.

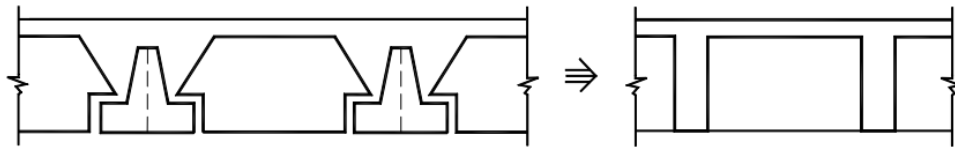
Figura 5 Região maciça em apoios com momento negativo



Fonte; SILVA, 2010, p.138

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2007), embora a laje nervurada unidirecional descarregue, racionalmente, as ações nas vigas de borda, a rigidez da capa confere resistência suficiente para transmitir cerca de 30% da ação da laje. O que de praxe costuma-se considerar é que toda ação seja descarregada nas vigotas e que, além disso, 30% da ação seja descarregada nas vigas paralelas às vigotas. Esse é um procedimento que confere segurança ao dimensionamento, uma vez que considera 130% das ações atuando na laje. A figura 6 mostra um esquema de simplificação da seção.

Figura 6 - Simplificação da seção da nervura



Fonte: SILVA 2005, p.135

3.8.1 - Esforços solicitantes

Uma vez que as vigas T são consideradas, pode-se obter o momento máximo como sendo aquele de uma viga biapoiada com carga uniformemente distribuída.

$$M_k = \frac{(g + q) \cdot \lambda^2}{8} \quad (12)$$

Onde:

M_k : Momento fletor característico.

g e q são as cargas lineares atuantes por metro de nervura, obtidas por áreas de influência.

λ : Vão efetivo da viga, usualmente adotado de centro a centro da nervura, ou calculado pelo item 14.6.2.4 da NBR 6118/14.

A cortante máxima nos apoios também pode ser determinada em módulo sendo aquela obtida de uma viga biapoiada com carga uniformemente distribuída:

$$V_k = \frac{(g + q) \cdot \lambda}{2} = \frac{4 \cdot M_k}{\lambda} \quad (13)$$

Uma vez, determinados os esforços solicitantes, obtêm-se os esforços solicitantes de cálculo majorando-os pelo coeficiente γ_f .

3.8.2 - Cálculo para o estado limite último

O dimensionamento à flexão das vigotas para o estado limite último, segue o mesmo raciocínio das vigas de concreto armado, que serão abordados no Capítulo 4. Uma vez determinada a área de armadura necessária, escolhe-se uma treliça disponível ou opta-se por arranjos de treliças com armaduras complementares colocadas in loco. Além disso, a NBR 6118/14 prescreve uma armadura de distribuição, com área mínima de 1,5cm²/m para aço CA-50 ou 0,9cm²/m para aço CA-60. Essa armadura deve estar posicionada na mesa da laje. Uma solução para este problema é utilizar malhas prontas de Ø 5mm c/ 13 de aço CA-50.

3.9 - Verificação ao cisalhamento

As lajes, dependendo do entreixo considerado, podem ser verificadas ao cisalhamento como lajes maciças ou considerando critérios de vigas. Uma ressalva importante que a norma remete é que as lajes pré-fabricadas podem prescindir de armadura transversal, desde que o esforço solicitante de cálculo (V_{sd}) seja inferior ou igual à resistência de projeto ao cisalhamento (V_{Rd1}), sendo o entreixo menor ou igual a 65cm. Do ponto de vista construtivo, é muito interessante as lajes serem dispensadas de armadura transversal pois há complicações na montagem dessas armaduras devido a baixa altura e base dos elementos pré-fabricados. As lajes pré-fabricadas são usualmente dimensionadas para prescindir armadura de cisalhamento, portanto. Porém, dependendo de limitações de altura da laje e devido a vãos maiores e esforços solicitantes maiores, pode ser necessário o emprego de armadura de cisalhamento.

3.9.1 - Verificação ao cisalhamento para entreixos menores ou iguais a 65cm

Conforme já mencionado anteriormente, podem-se considerar critérios de lajes maciças para entreixos menores ou iguais a 65 cm. O item 19.4.1 da NBR 6118/14 prescreve as equações de verificação ao cisalhamento para este caso. A resistência de projeto ao cisalhamento é dada por:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w d \quad (14)$$

Onde:

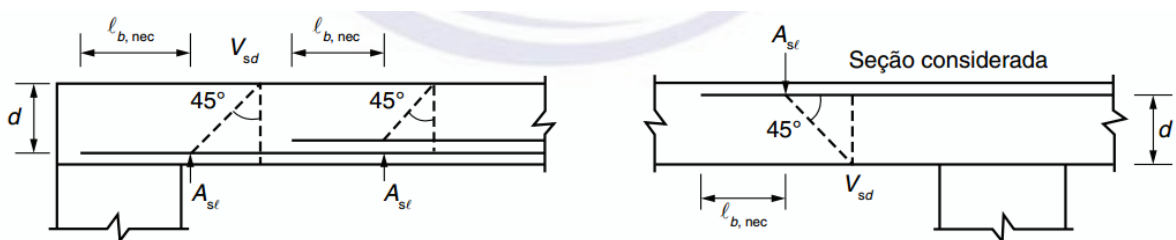
τ_{Rd} : tensão resistente de cisalhamento de cálculo do concreto dada por:

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{cd} \quad (15)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} \quad (16)$$

Em que: A_{s1} é a armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, que no caso de vigas biapoiadas, são os apoios. A Figura 7 apresenta um esquema da armadura de tração.

Figura 7 Detalhe das armaduras A_{s1}



Fonte: NBR 6118/14

3.9.2 - Compressão diagonal do concreto

Em elemento sem armadura de cisalhamento é necessário comparar o esforço cortante solicitante de cálculo (V_{sd}) com o esforço cortante resistente de cálculo (V_{Rd2}), onde:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (17)$$

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{v1} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d \quad (18)$$

$$\alpha_{v1} = (0,7 - f_{ck}/200) \quad (19)$$

3.10 - Dimensões mínimas

A NBR 6118/14 no item 13.2.4.2 estabelece que a espessura mínima das nervuras é de 8cm. Além disso, a norma infere para a capa de concreto o valor mínimo absoluto de 4cm (sem tubulações embutidas). No caso de haver tubulações embutidas, são estabelecidas as condições mínimas para nervura nesse item.

No caso do entreixo entre 65cm e 110cm, o item 13.2.4.2 da NBR 6118/14 permite ainda a verificação ao cisalhamento das nervuras como lajes desde que a espessura média das nervuras seja maior que 12cm.

3.11 - Cálculo de flechas

A verificação de flechas em vigotas de laje é feita admitindo a laje como um conjunto de vigas isoladas adicionando os efeitos de não linearidade do concreto como fissuração e fluência. Sendo o modelo de cálculo de vigas biapoiadas, o cálculo de flechas em lajes é efetuado de maneira igual ao de flechas em vigas de concreto armado. Sendo, portanto, detalhado esse procedimento no capítulo 4. Cabe ressaltar que os deslocamentos transversais em lajes pré-fabricadas podem ser compensados com a adoção de contra flechas, desde que não ocasione um desvio no plano da laje maior que $\lambda/350$.

CAPÍTULO 4 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS VIGAS DE CONCRETO ARMADO

4.1 - Considerações preliminares

Vigas são elementos lineares em que a flexão é preponderante. Elementos lineares são aqueles cujo comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal. (NBR 6118, item 14.4.1, item 14.4.1.1).

4.2 - Hipóteses básicas para o dimensionamento de vigas

O item 14.6.1 da NBR 6118/14 estabelece as premissas básicas dos elementos lineares:

- a) Seções permanecem planas após as deformações. Hipótese de Bernoulli;
- b) Elementos representados por eixos longitudinais;
- c) Comprimento limitado pelos centros dos apoios ou pelo cruzamento com outro elemento estrutural.

4.3 - Definições básicas

4.3.1 - Vão efetivo

A NBR 6118/14 define o comprimento efetivo como sendo calculado pela seguinte expressão:

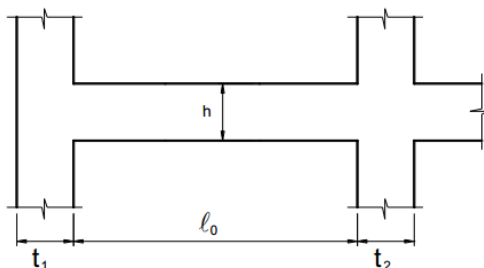
$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (20)$$

$$a_1 \leq \left[\frac{t_1}{2}; 0,3h \right] \quad (21)$$

$$a_2 \leq \left[\frac{t_2}{2}; 0,3h \right] \quad (22)$$

As dimensões estão representadas na figura 8.

Figura 8 Dimensões para cálculo de vão efetivo



Fonte: Araújo, 2010

Segundo Araújo (2010), o cálculo do vão efetivo pode causar uma economia significativa no caso de apoios largos. Além disso, o autor recomenda que, quando se tratar de apoios estreitos, basta considerar a distância de centro a centro, uma vez que a largura do apoio não é preponderante.

4.3.2 - Pré-dimensionamento da altura

A altura para vigas biapoiadas pode ser estimada como sendo:

$$h = \frac{L_{ef}}{10} \quad (23)$$

A altura para vigas contínuas pode ser estimada como sendo:

$$h = \frac{L_{ef}}{12} \quad (24)$$

A diferença das equações está no fato de haver uma distribuição melhor dos momentos no caso de vigas contínuas.

4.3.3 - Hipótese de viga contínua

O processo que se considera a estrutura com um pórtico tridimensional, em tese, é o mais realista, e é o que alguns programas de cálculo estrutural fazem. Porém, para o cálculo manual, esta análise é bastante complexa. Sendo assim, considera-se a análise dos elementos isoladamente. Entretanto, é necessário admitir algumas considerações a favor da segurança uma vez que considerar elementos isolados é uma hipótese simplificadora. (ARAÚJO, 2010)

A NBR 6118, em especial no item 14.6.6.1, define as hipóteses para consideração de vigas contínuas, dentre as quais destaca-se que:

- Não devem ser considerados momentos positivos menores que os que se obteriam se houvesse engastamento perfeito da viga nos apoios internos.
- Quando a viga for solidária com o pilar intermediário e a largura do apoio- medida na direção do eixo da viga- for maior que a quarta parte da altura do pilar, não pode ser considerado o momento negativo de valor absoluto menor do que o de engastamento perfeito nesse apoio.

Em resumo, para um cálculo simplificado de vigas contínuas, basta fazer duas análises:

- Apoio central como apoio simples.
- Apoio central como engastamento.

A partir dos esforços solicitantes, tomar, de uma maneira conservadora, os maiores valores obtidos para os momentos positivos e os maiores obtidos para os apoios intermediários.

4.4 - Dimensionamento de seções retangulares sujeitas à flexão simples

4.4.1 - Determinação das cargas

As cargas mais usuais no cálculo de vigas são:

- a) Peso próprio: considera-se uma carga linearmente distribuída na viga.
- b) Alvenarias: eventualmente pode haver alvenarias apoiadas nas vigas, sendo a carga total das alvenarias distribuída nas vigas caso as alvenarias estejam na direção longitudinal das vigas.
- c) Reações das lajes: corriqueiramente pode haver lajes apoiadas nas vigas. Usualmente, essas cargas são admitidas como linearmente distribuídas, embora Araújo (2010) afirme que isso só é possível mediante a cálculo de lajes pelo processo de analogia de grelhas.
- d) Cargas pontuais: casualmente pode haver pilares que nascem em vigas (viga de transição), vigas que se apoiam em vigas ou algum outro elemento pontual. Cargas pontuais necessitam de armaduras especiais, denominadas armaduras de suspensão.

4.4.2 - Roteiro de dimensionamento das armaduras longitudinais

O roteiro abaixo foi extraído de Araújo (2010). O autor faz uma abordagem diferente da NBR 6118/14, isto é, embora o procedimento de cálculo tenha os mesmos princípios, o modelo desenvolvido por Araújo (2010) não necessita a utilização de ábacos ou tabelas para o dimensionamento. Essa foi a grande vantagem de se escolher o método proposto pelo autor, em detrimento a metodologia proposta pela norma.

Como dados de entrada, define-se: $(b, h, d, d', f_{ck}, f_{yk}, M_k)$

Resultados esperados: $(A_s \text{ e } A_s')$

Onde:

b: base da viga

h: altura da viga

d: altura útil da viga, extraída o cobrimento, armadura longitudinal e metade da transversal, se for uma camada.

$$d = h - c - \phi_L - \frac{\phi_t}{2} \quad (25)$$

d': distância da face inferior da viga ao centroide da armadura longitudinal.

M_k : momento característico da seção, obtido por algum processo de cálculo, como ,por exemplo, o método das forças.

As etapas de cálculo, de acordo com Araújo (2010) são resumidas em:

- 1) Cálculo das resistências do concreto de dimensionamento (f_{cd}), do aço de dimensionamento (f_{yd}) definidas no capítulo 2 e do momento solicitante de cálculo M_d .
- 2) Cálculo do fator adimensional da solução da equação da linha neutra μ

$$\mu = \left(\frac{M_d}{bd^2 \cdot \sigma_{cd}} \right) \quad (26)$$

- 3) Definição da profundidade da linha neutra limite ξ_{lim} e do valor máximo de μ .

O quadro 8, extraído de Araújo (2010) estabelece os valores máximos para o momento compacto de cálculo μ e para a profundidade da linha neutra ξ em função do concreto.

Quadro 8 - Valores máximos do fator adimensional e da profundidade da linha neutra

Concreto	$f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$	$f_{ck} > 35 \text{ MPa}$
ξ_{lim}	0,45	0,35
μ_{lim}	0,2952	0,2408

Fonte: Araújo, 2010, p.101

- 4) Verificação do fator adimensional μ e do tipo de armadura

- 4.1) Se $\mu \leq \mu_{lim} \rightarrow$ Armadura simples

$$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \quad (27)$$

$$A_s = (0,8\xi_{lim}) \left(\frac{bd\sigma_{cd}}{f_{yd}} \right) \quad (28)$$

$$A'_s = 0 \rightarrow \text{Armadura construtiva} \quad (29)$$

- 4.2) Se $\mu > \mu_{lim} \rightarrow$ Armadura dupla

$$A_s = \left(0,8\xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta} \right) \left(\frac{bd\sigma_{cd}}{f_{yd}} \right) \quad (30)$$

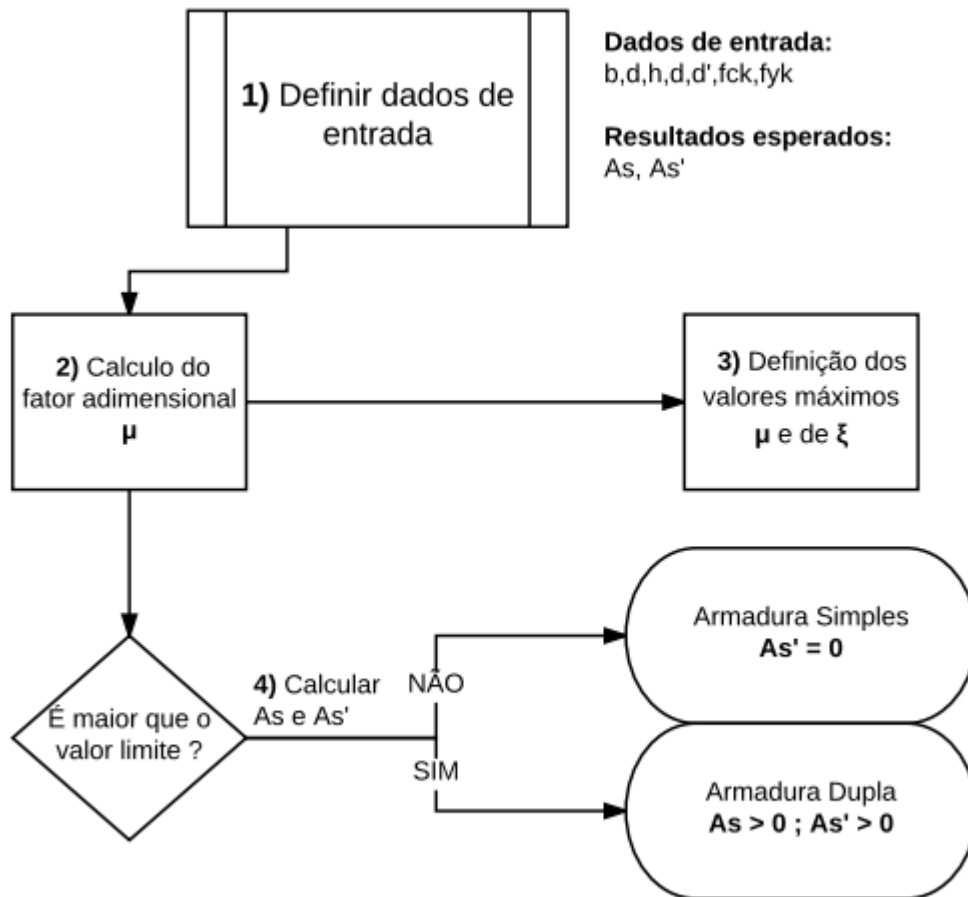
$$\delta = \frac{d'}{d} \quad (31)$$

$$A'_s = (\mu - \mu_{lim}) \left(\frac{bd\sigma_{cd}}{f_{yd}} \right) \quad (32)$$

$$A_s = \left(0,8\xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta} \right) \left(\frac{bd\sigma_{cd}}{f_{yd}} \right) \quad (33)$$

A figura 9 mostra um fluxograma esquemático do dimensionamento das armaduras longitudinais.

Figura 9 Fluxograma do cálculo da armadura longitudinal



Fonte: Elaborado pelo autor

Uma vez determinada a área de armadura necessária, escolhe-se um arranjo de barras que tenham área igual ou superior a área calculada. Eventualmente, podem-se fazer combinações de barras com diâmetros diferentes, embora seja interessante trabalhar com o mesmo diâmetro muitas vezes por questões construtivas.

4.5 - Dimensionamento de seções retangulares sujeitas à força cortante.

A NBR 6118/14 apresenta dois modelos de cálculo, o modelo de cálculo I (mais conservador) e o modelo de cálculo II. Nesse trabalho, será abordado apenas o modelo de cálculo I (inclinações da biela de compressão à 45°), devido aos resultados mais conservadores.

4.5.1 - Modelo de cálculo I

A tensão de cálculo solicitante (τ_{wd}) é limitada pela tensão limite (τ_{wu}).

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} \leq \tau_{wu} \quad (34)$$

$$\tau_{wu} = 0,27\alpha_v f_{cd} \quad (35)$$

Em que:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (36)$$

Sendo f_{ck} dado em MPa

Se a desigualdade não for estabelecida, deve-se alterar as dimensões da seção, uma vez que na condição atual está ocorrendo a ruptura da seção por esmagamento das bielas de compressão.

A tensão para cálculo da armadura transversal é dada por:

$$\tau_d = 1,11(\tau_{wd} - \tau_c) \geq 0 \quad (37)$$

Adotando-se coeficiente $\gamma_c = 1,4$, pode-se escrever:

$$\tau_c = \psi_3 (f_{ck})^{\frac{2}{3}}, \text{MPa} \quad (38)$$

Sendo ψ_3 na flexão simples e na flexo-tração com linha neutra na seção igual a 0,09.

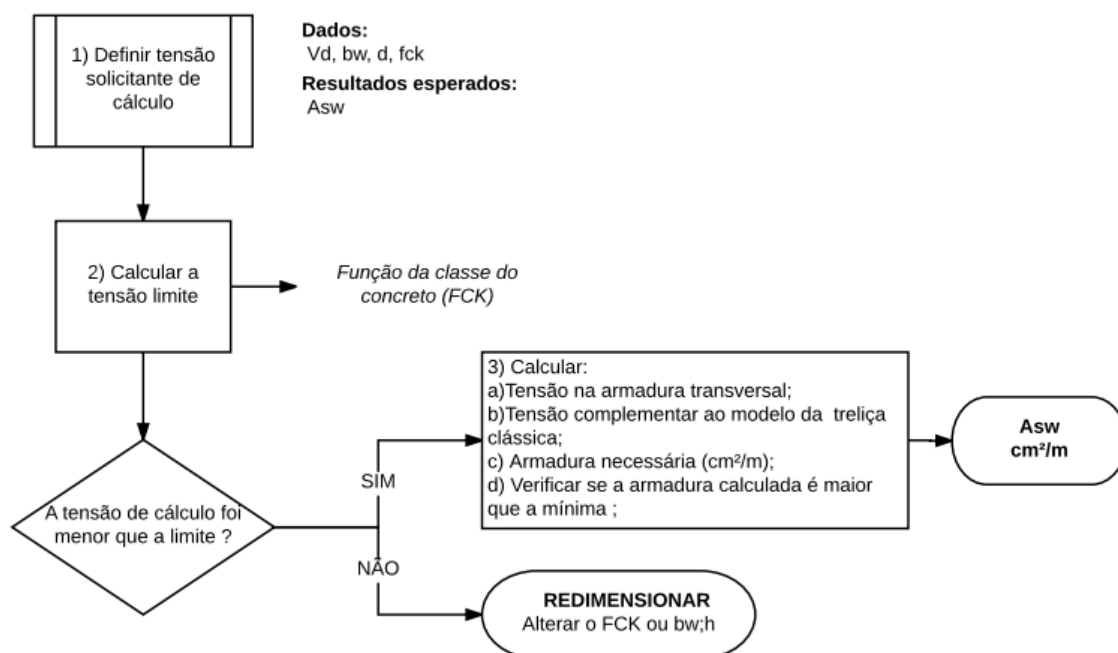
Assim, considerando estribos verticais, pode-se obter a área necessária (A_{sw}) por:

$$A_{sw} = \frac{100b_w\tau_d}{f_{yd}}, \text{cm}^2/\text{m} \quad (39)$$

A Figura 10 apresenta um resumo das etapas de cálculo.

A tensão de escoamento do aço não pode ser superior a 435MPa (tensão de cálculo para aço CA-50), mesmo que se utilize aço CA-60. Além disso, a armadura deve ser igual ou superior à armadura mínima indicada na tabela 8. A Figura 10 apresenta um fluxograma das etapas de cálculo para dimensionamento da armadura necessária ao esforço cortante

Figura 10 Fluxograma do dimensionamento à força cortante



Fonte: Elaborado pelo autor

O Quadro 9 mostra as taxas de armadura mínima em função do concreto.

Quadro 9 - Taxas de armadura mínima

f_{ck} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
$\rho_{w,min}$	0,09	0,10	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16

Fonte: Araújo, 2010, p.190

4.6 - Verificação do estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

A NBR 6118/14 define o processo de cálculo aproximado de flechas em vigas de concreto armado. O item 17.3.2.1 permite a avaliação de flechas em vigas como aquelas determinadas no estágio I, pela teoria da resistência dos materiais clássica, desde que os esforços solicitantes não superem aqueles que dão início à fissuração. Já no estágio II, a norma prescreve que deve ser considerado obrigatoriamente o efeito da fluência e que se deve utilizar o módulo de elasticidade secante, definido no Capítulo 2.

O item 17.3.2.1.1 estabelece que para uma avaliação aproximada da flecha imediata em vigas, pode-se calcular a rigidez equivalente, dada por:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (40)$$

Onde:

I_c : é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} : é o momento de inércia das seção fissurada no estágio II;

M_a : é o momento fletor de cálculo na seção crítica considerada, para combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r : é o momento de fissuração do elemento estrutural dado por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctk,sup} \cdot I_c}{y_t} \quad (41)$$

Em que:

α : é o um fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão e a resistência à tração direta ($\alpha = 1,5$ para seções retangulares, $\alpha = 1,2$ para seções T).

y_t : é a distância do centro de gravidade da seção transversal até a fibra mais tracionada.

O que normalmente é feito no cálculo de flechas é determinar a flecha imediata para combinação rara (g + q), combinação quase permanente (g + 0,4q) e para a soma das ações permanentes (g). Em cada combinação, calcula-se (M_a) , $\left(\frac{M_r}{M_a} \right)$, $((EI)_{eq})$ e por fim a flecha (a).

A subtração das flechas obtidas na combinação rara e na combinação da soma das ações permanentes fornece a flecha devido à carga acidental.

Uma vez determinada a rigidez equivalente, a NBR 6118/14 prescreve a flecha adicional diferida, que é decorrente das ações de longa duração da fluência. Ela pode ser calculada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f :

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad (42)$$

Onde:

$$\rho' = \frac{As'}{b_w \cdot d} \quad (43)$$

é a taxa geométrica de armadura de compressão;

ξ : é um coeficiente em função do tempo, que pode ser calculado por:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (44)$$

$$\xi(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (45)$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses.} \quad (46)$$

O valor da flecha total no tempo infinito ($a_{t,\infty}$) é calculado multiplicando-se a flecha imediata pelo fator $(1 + \alpha_f)$.

A flecha imediata na seção crítica deve ser obtida pelas relações da resistência dos materiais. Por exemplo, a flecha imediata no centro de uma viga biapoiada é dada por:

$$a = \frac{5 \cdot p \cdot \lambda^4}{385 \cdot (E \cdot I)_{eq}} \quad (47)$$

Onde:

p: é a carga uniformemente distribuída na viga biapoiada.

Uma vez calculada a flecha diferida no tempo, deve-se verificar se o valor obtido encontra-se em determinados padrões estabelecidos pela NBR 6118/14. Esses valores limites estão relacionados a diversos fatores, sendo um dos mais importantes, a aceitabilidade sensorial. A tabela 13.3 da NBR 6118/14 estabelece os limites máximo de deslocamento para diversas situações e combinações. É importante notar que em alguns casos, o limite de deformação imposto pela norma é devido a cargas acidentais apenas, por isso deve-se calcular os valores de rigidez equivalente e flecha para diversas combinações, de modo a obter a flecha devido somente a carga acidental.

4.7 - Verificação do estado limite de abertura de fissuras (ELS-W)

O item 17.3.3.2 da NBR 6118/14 define o método de cálculo para verificação do estado limite de abertura de fissuras. Paralelamente, ao método, o item 17.3.3.3 expõe uma tabela que, se for utilizada, dispensa a verificação desse estado. O quadro 10 estabelece o valor de tensão, espaçamento máximo vertical entre armaduras longitudinais e diâmetro máximo que dispensa verificação.

Quadro 10 - Valores máximos de diâmetro e espaçamento com barras de alta aderência

Tensão σ_s na barra (MPa)	Valores máximos para concreto sem armaduras ativas	
	$\phi_{\text{máx}}$ (mm)	$s_{\text{máx}}$ (cm)
160	32	30
200	25	25
240	16	20
280	12,5	15
320	10	10
360	8	6

Fonte: SILVA (2005), p.54

4.8 - Ancoragens

4.8.1 - Comprimento básico de ancoragem

O comprimento básico de ancoragem é função da bitola da armadura, da tensão de escoamento do aço e da resistência aderente do concreto sendo expresso por:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (48)$$

Onde f_{bd} é dado por:

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{1,4} \quad (49)$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (50)$$

η_1, η_2 e η_3 dependem do tipo de barra, do tipo de aderência e da bitola da armadura respectivamente.

4.8.2 - Comprimento necessário de ancoragem

O comprimento necessário de ancoragem é dado por:

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad (51)$$

$$l_{b,min} \geq \{0,3 \cdot l_b ; 10\phi ; 10cm\} \quad (52)$$

$$\alpha_1 = [1,0 - \text{barras sem ganchos} ; 0,7 \text{ barras tracionadas com gancho e cobrimento normal ao gancho maior que } 3\phi] \quad (53)$$

4.8.3 - Área necessária a ancorar nos apoios

Nos apoios é necessário ancorar a biela, a área necessária a ancorar na biela é dada por:

$$A_{s,nec} = \frac{R_{st}}{f_{yd}} \quad (54)$$

Onde R_{st} é dado por:

$$R_{st} = \frac{a_l}{d} \cdot V_d + N_d \quad (55)$$

N_d e V_d são os esforços normais e cortante de cálculo, respectivamente e a_l é o deslocamento do diagrama de momento fletor e é dado por:

$$a_l = d \cdot \frac{V_{sd,máx}}{2 \cdot (V_{sd,máx} - V_c)} \leq d \quad (56)$$

Onde V_c é a parcela da força cortante absorvida por mecanismos complementares ao modelo biela tirante e é dado por:

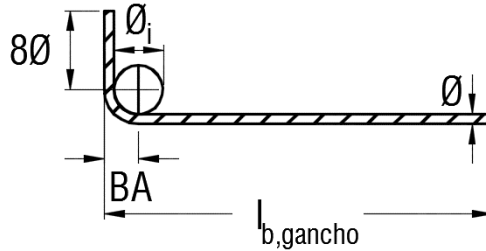
$$V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (57)$$

4.8.4 - Ancoragens com gancho nas extremidades

A Figura 11 mostra um detalhe das dimensões de um gancho genérico.

Figura 11 - Detalhe de um gancho genérico

Barra ancorada com gancho na extremidade



Fonte: Elaborado pelo autor

Para o cálculo do comprimento da barra com o gancho retificado deve-se primeiro calcular o pino de dobramento (ϕ_i) dado de acordo com o Quadro 11:

Quadro 11 - Diâmetro mínimo do pino de dobramento

Diâmetro mínimo interno da curvatura do dobramento			
Bitola	CA25	CA50	CA60
$\phi < 20$	4. ϕ	5. ϕ	6. ϕ
$\phi \geq 20$	5. ϕ	8. ϕ	-

Fonte: Carvalho 2014, p.236

O comprimento do gancho é dado pela quarta parte da circunferência gerada a partir de um raio igual ao pino de dobramento somado ao diâmetro da barra acrescentado de $8.\phi$ de acordo com a equação abaixo:

$$l_g = \frac{\pi.(\phi_i + \phi)}{4} + 8.\phi \quad (58)$$

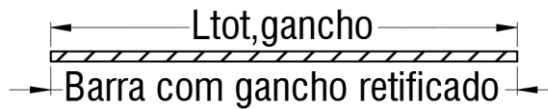
O comprimento da barra retificada, Figura 12, é dado pelo comprimento reto acrescentado do comprimento gancho, mas subtraído de sua projeção horizontal e é dado por:

$$L = l_{b,gancho} + l_g - BA \quad (59)$$

Onde BA é a projeção horizontal do gancho e é dado por:

$$BA = \phi + \frac{\phi_I}{2} \quad (60)$$

Figura 12 - Comprimento da barra com gancho retificada



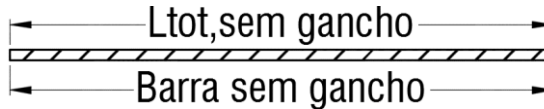
Fonte: Elaborado pelo autor

4.8.5 - Ancoragem sem gancho na extremidade

Calculado o comprimento básico de ancoragem, basta multiplicar o valor encontrado pela razão entre a área calculada e a área efetiva. A Figura 13 ilustra a barra retificada.

$$L = l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad (61)$$

Figura 13 - Comprimento da barra reta



Fonte: Elaborado pelo autor

CAPÍTULO 5 – ASPECTOS GERAIS SOBRE OS PILARES DE CONCRETO ARMADO

5.1 - Dimensionamento de pilares de concreto armado

Trata-se de um problema de elemento linear sujeito à flexão composta normal ou flexão composta oblíqua. No caso de flexão composta oblíqua e reta, são utilizados ábacos, em função das características dos materiais e disposição da armadura para a tomada da taxa mecânica de armadura.

5.2 - Aspectos preliminares

Nas estruturas de concreto, pilares são elementos que transmitem esforços normais das forças gravitacionais e de serviço (vento) até o às fundações. Além disso, fornecem conferem estabilidade global ao edifício. Podem ter seções diversas (quadradas, retangulares, circulares) e funcionam preponderantemente à compressão.

5.3 - Tipos de pilares

Os pilares podem ser classificados quanto à posição em planta. Essa classificação permite considerar diversas situações de cálculo e projeto. Os pilares podem ser intermediários, de canto e de centro.

5.3.1 - Pilares de centro ou intermediários

Os pilares de centro são preponderantemente solicitados à compressão, uma vez que são travados por vigas superiores, as quais transmitem pouco momento fletor perante ao esforço normal. Ressalva para vigas contínuas com tramos muito diferentes, as quais podem transmitir algum momento para esses pilares. O cálculo usual considera, portanto, apenas o esforço normal de cálculo atuando nesse tipo de pilar, embora ao se considerar as excentricidades mínimas o cálculo de fato recaí em uma seção sujeita a flexão composta oblíqua.

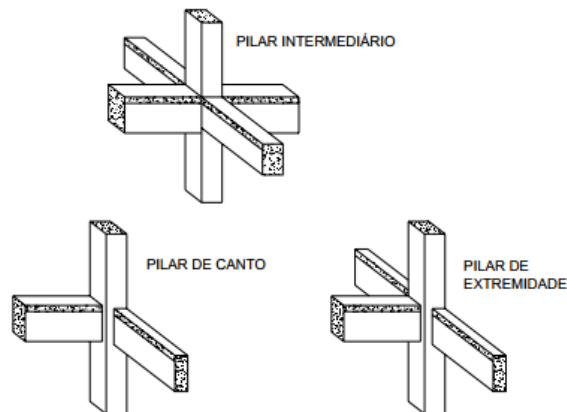
5.3.2 - Pilares de extremidade

Os pilares de extremidade estão sujeitos a flexão normal composta, uma vez que a viga que tem sua extremidade neste pilar transmite momento fletor, além de esforço normal. A viga que é perpendicular a viga com eixo interrompido (contínua) não se considera influência de seu momento fletor transmitido. Exceto na ressalva mencionada no item 5.3.1.

5.3.3 - Pilares de canto

Pilares de canto estão sujeitos à flexão oblíqua composta, uma vez que além dos esforços normais transmitidos pelas vigas de apoio, ambas vigas têm extremidade neste pilar, transmitindo, portanto, momento fletor nas duas direções principais. A figura 15 mostra um esquema dos principais arranjos de pilares

Figura 14 Arranjo de pilares



Fonte: FUSCO, 1981.

5.4 - Esbeltez

O índice de esbeltez (λ) é dado pela seguinte expressão em função do comprimento efetivo de flambagem (l_e) e do raio de giração (i):

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (62)$$

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} \quad (63)$$

Onde:

I_c : é o momento de inércia da seção de concreto na direção analisada

A_c : é a área de seção transversal de concreto.

O comprimento equivalente dos pilares é estabelecido no item 15.6 da NBR 6118/14, sendo para pilar engastado na base e livre no topo igual a $(2 \cdot l)$.

5.4.1 - Classificação quanto à esbeltez :

- Pilares robustos ou pouco esbeltos:

$$\lambda \leq \lambda_1 \quad (64)$$

- Pilares de esbeltez média:

$$\lambda_1 < \lambda \leq 90 \quad (65)$$

- Pilares esbeltos ou muito esbeltos:

$$90 < \lambda \leq 140 \quad (66)$$

- Pilares excessivamente esbeltos:

$$140 \leq \lambda \leq 200 \quad (67)$$

Onde:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad (68)$$

α_b : é um fator que depende do tipo de vinculação do pilar, da excentricidade relativa de primeira ordem e da forma do diagrama de momentos de 1ª ordem.

5.5 - Excentricidade

O dimensionamento dos pilares deve levar em conta algumas excentricidades as quais serão discutidas brevemente abaixo.

5.5.1 - Excentricidade de 1ª ordem

O modelo mais próximo do real, para análise de estruturas, é o de pórtico espacial, que faz com que todos pilares estejam sujeitos à flexão oblíqua composta, mesmo os centrais, devido as excentricidades de forma ou até mesmo excentricidades mínimas, etc. Porém, quando se trata de análises simplificadas, como no modelo de vigas contínuas, em pilares de centro, não há excentricidades de 1ª ordem. A excentricidade de 1ª ordem (e_{ia}, e_{ib}) é função do momento solicitante de cálculo nas extremidades do pilar ($M_{di,a}, M_{di,b}$)

$$e_{i,a} = \frac{M_{di,A}}{N_d} \quad (69)$$

$$e_{i,b} = \frac{M_{di,B}}{N_d} \quad (70)$$

Além das excentricidades no topo e na base, deve ser calculada a excentricidade no meio do vão, pois, normalmente, é onde ocorrem os maiores momentos de 2ª ordem.

É importante ressaltar que, embora os pilares intermediários não possuam momentos fletores transmitidos pelas vigas, é necessário acrescentar um momento mínimo em função das imperfeições geométricas.

5.5.2 - Excentricidade de fôrma.

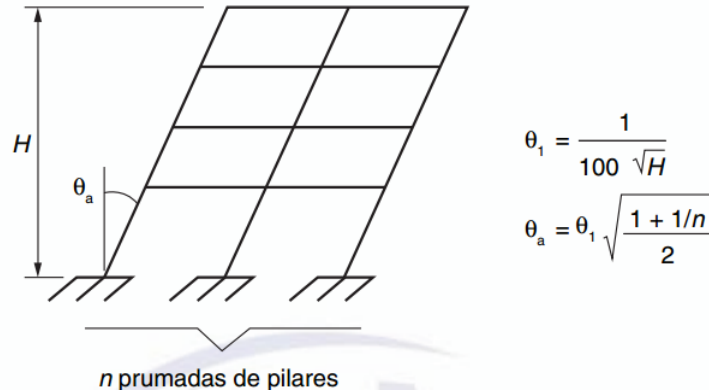
Usualmente, para se adequar a imposições arquitetônicas, projetistas estruturais precisam fazer coincidir as faces internas e externas das vigas com os pilares, gerando naturalmente uma excentricidade de forma. Embora alguns softwares de cálculo estrutural

considerem essa excentricidade no cálculo do estado limite último e de serviço, no cálculo manual não é usual essa consideração. (ALVA; DEBS; GIONGO, 2008)

5.5.3 - Excentricidade accidental

- Imperfeições globais: deve-se considerar um desaprumo global. O item 11.3.3.4.1 indica os valores mínimos cabíveis. A figura 16 representa esse efeito:

Figura 15 Imperfeições globais



Fonte: NBR 6118/14

- Imperfeições locais: deve-se considerar o efeito do desaprumo dos pilares.

$$e_a = \theta_1 \cdot \frac{l}{2} \rightarrow \text{Para pilares usuais} \quad (71)$$

$$e_a = \theta_1 \cdot l \rightarrow \text{Para pilares em balanço} \quad (72)$$

O efeito das imperfeições locais dos pilares pode ser substituído pela adoção de um momento mínimo ($M_{1d,min}$) dado em função da altura da seção na direção considerada (h) e do esforço normal de cálculo (N_d).

$$M_{1d,min} = N_d \cdot (0,015 + 0,3)h = N_d \cdot e_{i,min} \quad (73)$$

5.5.4 - Excentricidade de segunda ordem

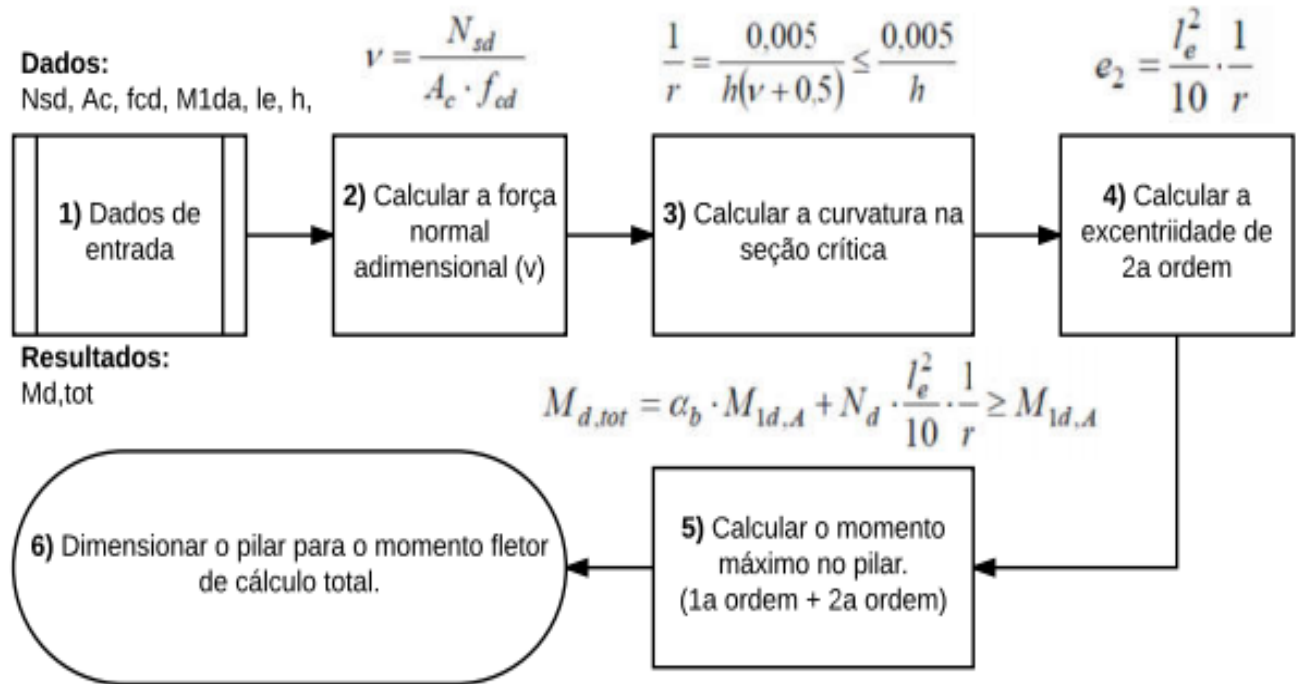
Para consideração dos efeitos de 2ª ordem, a NBR 6118/14 admite métodos simplificados e o método geral. A diferença entre eles está, principalmente, na consideração da linearidade física, sendo o método simplificado permitido apenas em pilares com $\lambda \leq 90$. A não linearidade física é considerada pela modelagem da curvatura crítica. Utiliza-se para flexão composta reta o método da curvatura aproximada. A não linearidade geométrica é considerada na deformada da barra de modo senoidal e a não linearidade física é considerada na curvatura aproximada na seção crítica. Para flexão composta oblíqua, utiliza-se o método da rigidez k

aproximada, cuja não linearidade geométrica é considerada na deformada senoidal e a não linearidade física na expressão da rigidez aproximada k .

5.6 - Método do pilar padrão com curvatura aproximada

Pode ser utilizado para pilares sujeitos à flexão composta reta. A figura 17 representa um fluxograma das etapas de cálculo para obter o momento $M_{d,tot}$. Como o método do pilar padrão é para flexão composta normal, não há necessidade de se calcular o momento em duas direções, diferentemente da flexão composta oblíqua.

Figura 16 Fluxograma método do pilar padrão com curvatura aproximada



Fonte: Adaptado NBR 6118/14

5.7 - Método do pilar padrão com rigidez k aproximada.

Pode ser utilizado para pilares com flexão composta oblíqua. É um processo iterativo, pois a rigidez k depende de $M_{d,tot}$ e $M_{d,tot}$ depende de k .

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1d,A}}{1 - \frac{\kappa}{120 \cdot \frac{v}{\lambda^2}}} \geq \{M_{1d,A}; M_{1d,min}\} \quad (74)$$

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d} \right) \cdot v \quad (75)$$

Para não se utilizar de métodos iterativos, basta substituir a equação da rigidez aproximada na equação do momento total, obtendo-se.

$$M_{d,tot}^2 + \left[0,2h \cdot N_d - \frac{\lambda^2 \cdot h \cdot N_d}{19200} - \alpha_b \cdot M_{1d,A} \right] \cdot M_{d,tot} - 0,2\alpha_b \cdot h \cdot N_d \cdot M_{1d,A} = 0 \quad (76)$$

O momento total pode ser obtido, portanto, pela raiz positiva da equação do 2º grau acima. Uma vez definido esse momento, repete-se o procedimento para outra direção, uma vez que é um problema de flexão composta oblíqua (pilares de canto).

5.8 - Cálculo da armadura necessária

Para o cálculo das armaduras, é preciso determinar:

- i) d'_i/h_i : Para cada direção, deve-se determinar d'/h ;
- ii) e_i : Excentricidade na direção i ;
- iii) ν_d : Força normal reduzida, já mencionada anteriormente;
- iv) μ_{dx} : Momento fletor reduzido, dado por:

$$\mu_{dx} = \nu_d \cdot \frac{e_x}{h_x} \quad (77)$$

Uma vez obtidas essas grandezas, escolhe-se um ábaco de flexão composta e determina-se a taxa mecânica de armadura (ω) necessária para o arranjo escolhido. A área pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$A_s = \frac{\omega \cdot A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \quad (78)$$

Escolhe-se a maior armadura obtida para os dois eixos h_x e h_y .

5.9 - Detalhamento de pilares de concreto armado

5.9.1 - Dimensões mínimas

O item 24.6.3 a NBR 6118/14 limita o tamanho mínimo dos pilares a 20 cm ou 1/10 de sua altura, embora o fator adicional γ_n seja 1,00 para pilares de menor dimensão igual a 19 cm. Em contrapartida, o item 13.2.3 expõe que a dimensão mínima, sem coeficiente adicional, é 19 cm. Em suma, a dimensão mínima de fato é 14 cm, a qual produz $\gamma_n = 1,25$, isto é, uma margem de 25% a mais para pilares com menor dimensão igual a 14 cm.

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05b \quad (79)$$

Onde b é dado em centímetros (cm)

Esse fator deve multiplicar as ações, concomitantemente ao coeficiente γ_f .

5.9.2 - Diâmetro das barras

O diâmetro mínimo das barras é 10 mm e o diâmetro máximo é 1/8 da menor dimensão da seção transversal. (NBR 6118/14, item 18.4.2.1)

5.9.3 - Taxa geométrica mínima e máxima de armadura

A taxa geométrica mínima é obtida pela tabela 8 e a máxima de 8% (região de emenda).

$$\rho = A_s/A_c \quad (80)$$

Onde: ρ é a taxa geométrica de armadura

5.9.4 - Espaçamento livre entre as barras longitudinais

Para garantir uma boa concretagem, é necessário atender o espaçamento mínimo dado:

$$s \geq \{20mm ; \phi_L ; 1,2D_{m\acute{a}x,agr}\} \quad (81)$$

Onde:

ϕ_L é o diâmetro da barra;

$D_{m\acute{a}x,agr}$: é o diâmetro máximo característico do agregado.

5.9.5 - Espaçamento máximo entre os eixos das armaduras longitudinais

Deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão do pilar, sem exceder 40 cm.

5.9.6 Diâmetro dos estribos

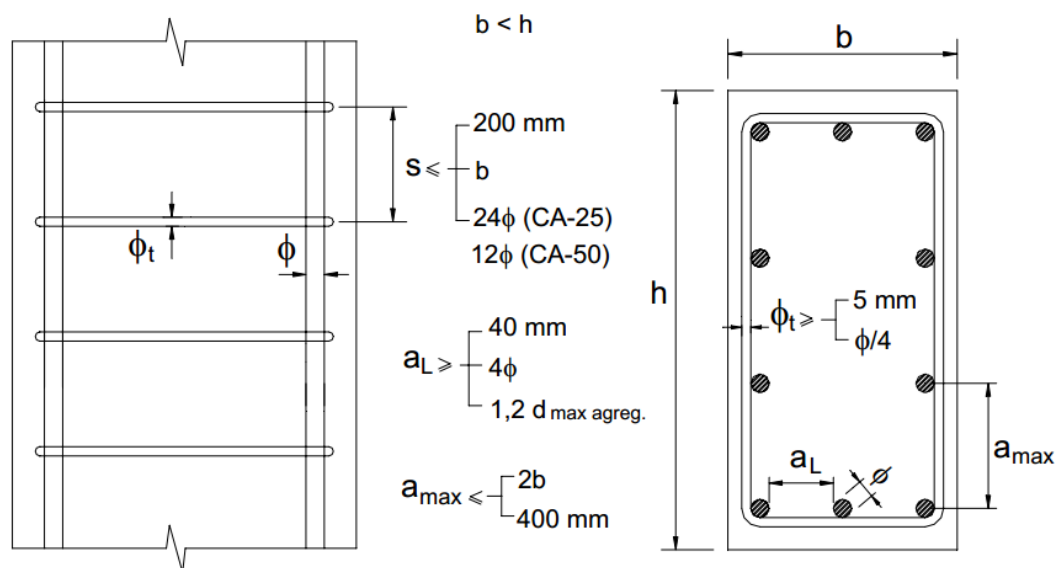
O diâmetro dos estribos (ϕ_t) não pode ser inferior a 5 mm nem a $\phi_L/4$. Porém, a NBR 6118/14 estabelece que os estribos podem ter dimensão inferior a $\phi_L/4$ desde que seja satisfeita a seguinte condição:

$$s_{m\acute{a}x} = 9000 \left(\frac{\phi_t^2}{\phi_L} \right) \cdot \frac{1}{f_{yk}} \quad (82)$$

5.9.7 - Espaçamento entre estribos

O espaçamento medido na direção do pilar deve ser menor ou igual a 200 mm, menor dimensão da seção, $24\phi_L$ para CA-25 ou $12\phi_L$. A figura 17 representa um resumo das principais informações do detalhamento dos pilares.

Figura 17 Resumo das principais recomendações da NBR 6118/14

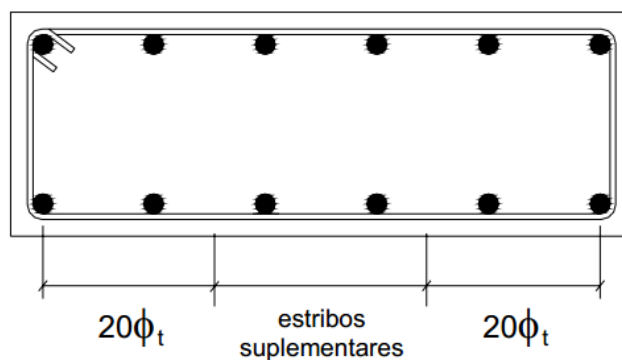


Fonte: ALVA et al, 2008, p.20

5.9.8 - Proteção contra flambagem

Estribos localizados a mais de $20\phi_t$ da face do pilar são considerados desprotegidos quanto à flambagem. Portanto, nessa região, devem-se adicionar estribos suplementares para corrigir essa falha. A figura 18 apresenta um esquema da região protegida e da região não protegida.

Figura 18 Região não protegida contra flambagem



Fonte: ALVA et al, 2008, p.21

Usualmente adotam-se estribos suplementares de mesmo diâmetro dos estribos horizontais.

5.9.9 - Emenda de barras

Devido ao processo construtivo dos pilares, é necessário fazer a emenda de barras. Essas emendas podem ser basicamente soldadas ou por traspasse, sendo o último mais utilizado

devido à facilidade construtiva e ao custo. O comprimento de traspasse das barras é determinado pela seguinte expressão:

$$l_{0c} = l_{b,nec} \geq l_{0c,min} \quad (83)$$

Onde:

$l_{b,nec}$: é o comprimento de ancoragem em função dos parâmetros η_1 , η_2 e η_3

$$l_{0,min} \geq \{0,6l_b ; 15\phi_L \text{ e } 200mm\} \quad (84)$$

$$l_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} \geq 25\phi_L \quad (85)$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (86)$$

Em que:

Sendo η_1 , η_2 , η_3 definidos no item 9.3.2.1 da NBR 6118/14.

CAPÍTULO 6 – MATERIAIS E MÉTODOS

6.1 - Metodologia das aplicações das rotinas para cálculo de estruturas de concreto

A escolha dos métodos de cálculo e princípios de funcionamento das aplicações a serem desenvolvidas estão descritas abaixo:

- No cálculo de vigas para verificação do estado limite último, será utilizado o método baseado na NBR 6118/14 elaborado e adaptado por Araújo (2010) e para verificação dos estados limite de serviço (ELS-DEF) e (ELS-W) serão utilizados os métodos propostos pela NBR 6118/14 de acordo com o capítulo 5.
- No cálculo de pilares será utilizado o *método da curvatura aproximada* para pilares sujeitos à flexão composta normal e será calculado os pilares sujeitos à flexão composta oblíqua também pelo *método da curvatura aproximada*, embora o *método da rigidez k aproximada* para pilares sujeitos à flexão composta oblíqua seja recomendado, de acordo com a NBR 6118/14 e de acordo com o capítulo 4.
- No cálculo de lajes nervuradas unidirecionais treliçadas, será utilizado o modelo de viga T biapoiada para as nervuras sendo o entreixo definido sempre menor ou igual a 65cm, para não ser necessário verificar a flexão da mesa e considerar critérios de laje maciça para verificação de esforço cortante em vigas, de acordo com NBR 6118/14, de acordo com o capítulo 3. Caso $0,8.x$ se encontre dentro da linha da espessura da capa de concreto, a viga será dimensionada como retangular. Caso contrário, será dimensionada como viga T.

As aplicações serão feitas por intermédio de *userforms*, que são formulários que restringem o usuário à entrada de dados e à aceitação de resultados. Isto é, o usuário ficará sujeito apenas a um ambiente sem nenhuma célula ou função e será solicitado apenas em relação aos dados de entrada e atendido apenas nos resultados.

No cálculo de flexão composta reta e flexão composta oblíqua, faz-se necessário o uso dos ábacos de Venturini e Pinheiro (1987), sendo o usuário, portanto, sujeito a retirar um dado de um ábaco (ω). Contudo, o usuário não decidirá qual ábaco selecionar, uma vez que a escolha do ábaco será programada.

A escolha do *Microsoft Excel* está no fato de que se pode criar interfaces intuitivas e personalizadas, aliadas com a grande potencialidade de programação, uma grande vantagem. (FERNANDES, 2005).

Uma vez elaboradas as aplicações com base na norma e nas bibliografias, serão comparados os resultados dos exemplos resolvidos dos livros e artigos da tabela 2 com os obtidos pelos aplicativos.

Tabela 1 - Exemplos básicos da bibliografia

LIVRO/ARTIGO	VOLUME	CAPÍTULO	EXEMPLO	PÁGINA	AUTOR
Curso de concreto armado	2	5	5.8	221	ARAÚJO (2010)
Estruturas de concreto: solicitações normais, estados limites últimos: teoria e prática	1	8	8.0	272	FUSCO (1981)
Cálculo e detalhamento de estruturas de concreto	4	4	2	215	CARVALHO E FIGUEIREDO (2014)
Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado	-	6	4	218	SILVA (2005)

Além disso, será dimensionada a viga biapoiada mais solicitada de um pórtico composto de laje unidirecional pré-fabricada.

Pretende-se, por fim, fazer uma análise da confiabilidade dos resultados e das facilidades e dificuldades no uso dessas aplicações em VBA aplicadas as estruturas usuais de concreto armado.

CAPÍTULO 7 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

7.1 - Aplicativo para verificação de vigotas de lajes pré-fabricadas unidirecionais.

Em linguagem *visual basic for applications (VBA)* foi elaborado aplicativo para verificação de lajes pré-fabricadas unidirecionais como ilustra a figura 19.

Figura 19 - Interface do aplicativo para cálculo e verificação de lajes pré-fabricadas unidirecionais

Fonte: Elaborado pelo autor

O usuário fica restrito a 19 variáveis que estão apresentadas no Quadro 12

Quadro 12 - Lista de variáveis

Variável	Descrição
Vão	Vão efetivo da laje [m]
g2	Sobrecarga permanente [kgf/m ²]
q	Sobrecarga [kgf/m ²]
Ypp	Peso específico do concreto [kN/m ²]
fck	Resistência nominal do concreto aos 28 dias [MPa]
hf	Espessura da capa [cm]
bw	Base da nervura [cm]
d'	Distância da face superior da laje ao centroide da armadura superior [cm]
bwench	Base do elemento de enchimento [cm]
hENCH	Altura do elemento de enchimento [cm]
CENCH	Comprimento do elemento de enchimento [cm]

Variável	Descrição
Peso específico	Peso específico do material de enchimento [kgf/m ³]
t_0	Data de retirada do escoramento [dias]
Categoria do aço superior	Classe do aço da armadura superior
Estimativa do aço superior	Estimativa da bitola do aço da armadura superior [mm]
Categoria do aço inferior	Classe do aço da armadura inferior
Estimativa do aço inferior	Estimativa da bitola do aço da armadura inferior [mm] Consideram-se 2 vergalhões para compor o aço inferior da treliça
Estimativa do aço adicional	Estimativa da bitola do aço adicional [mm] Considera-se 1 vergalhão para compor o aço adicional

Em todos os dados há o botão (?), conforme ilustra a figura 19, ao lado direito. Esse botão fornece informações sobre os dados de entrada para auxiliar o usuário.

Após a inserção de dados, o usuário clica no botão “Calcular laje” e verifica se todas as condições de cálculo foram satisfeitas. Clicando no botão *ver verificações*, o usuário é informado sobre todas as verificações, seus status e seu valores de cálculo. Clicando em *ver relatórios* o usuário tem a opção de importar relatórios em formato PDF com todas as memórias de cálculo e um detalhamento simplificado da seção transversal da vigota. O tópico abaixo mostrará com detalhes todo o processo de dimensionamento com o software criado.

7.1.1 - Atribuições do software.

O software permite para o estado limite último dois tipos de cálculo para o:

- Cálculo como viga retangular de base b_f : Ocorre quando $0,8.x$ encontra-se dentro da capa, isto é, 80% da posição da linha neutra (região comprimida de concreto no estágio III) encontra-se no interior da capa (h_f). Além disso, há a possibilidade também de calcular a eventual armadura dupla que possa ser necessária para equilibrar a seção transversal.
- Cálculo como viga T de largura colaborante b_f : Ocorre quando $0,8.x$ encontra-se na capa ou além da capa, isto é, toda mesa e parte da alma encontram-se comprimidas para

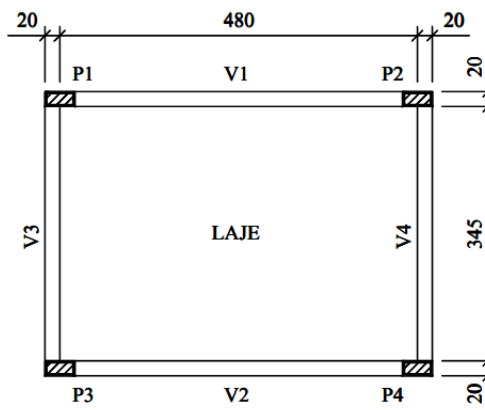
o E.L.U. Além disso, há a possibilidade também de calcular a eventual armadura dupla que possa ser necessária para equilibrar a seção transversal.

Caso o cálculo falhe na verificação da necessidade de armadura transversal ou da compressão nas diagonais, há a possibilidade de se aumentar a armadura positiva para e recalculer a laje verificando novamente se são satisfeitas essas imposições. Além disso, o aumento de armadura longitudinal implica em reduções nas flechas uma vez que a armadura aumenta a rigidez equivalente. A aplicação possui mais algumas funcionalidades que são explicadas no tópico 7.1.2.

7.1.2 - Solução do exemplo 4 – Silva (2005), p.212

O problema consiste em dimensionar e detalhar uma laje piso conforme mostra a Figura 21 extraída de Silva (2005).

Figura 20 - Planta de fôrma



Fonte: SILVA (2005), p.212

Os dados de entrada estão expressos no Quadro 13.

Quadro 13 - Dados de entrada

Variável	Descrição	Valor
Vão	Vão efetivo da laje [m]	3.65
g_2	Sobrecarga permanente [kgf/m ²]	81
q	Sobrecarga [kgf/m ²]	150
γ_{pp}	Peso específico do concreto [kN/m ³]	25
f_{ck}	Resistência nominal do concreto aos 28 dias [MPa]	20
h_f	Espessura da capa [cm]	4
b_w	Base da nervura [cm]	10

Variável	Descrição	Valor
c	Cobrimento [cm]	1.5
d'	Distância da face superior da laje ao centroide da armadura superior [cm]	1.7
b _{wench}	Base do elemento de enchimento [cm]	40
h _{ench}	Altura do elemento de enchimento [cm]	12
C _{ench}	Comprimento do elemento de enchimento [cm]	30
Peso específico	Peso específico do material de enchimento [kgf/m³]	600
t ₀	Data de retirada do escoramento [dias]	14
Categoria do aço superior	Classe do aço da armadura superior	CA-60
Estimativa do aço superior	Estimativa da bitola do aço da armadura superior [mm]	4.2
Categoria do aço inferior	Classe do aço da armadura inferior	CA-50
Estimativa do aço inferior	Estimativa da bitola do aço da armadura inferior [mm] Consideram-se 2 vergalhões para compor o aço inferior da treliça	8.0
Estimativa do aço adicional	Estimativa da bitola do aço adicional [mm] Considera-se 1 vergalhão para compor o aço adicional	6.3

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 21 mostra o preenchimento dos dados de entrada extraídos de Silva (2005) e inseridos no aplicativo.

Figura 21 - Preenchimento dos dados de entrada

Cálculo de lajes nervuradas unidirecionais pré-fabricadas

1.0) Ações atuantes vão de cálculo e concreto

Vão: 3.68 m
 Elem. Const. (g2): 81 kgf/m²
 Sobrecarga (q): 150 kgf/m²
 γ_{pp} : 25 kN/m³
 fck: 20 MPa

2.0) Geometria da nervura

Capa (hf): 4 cm
 Base (bw): 10 cm
 Cobrimento: 1.5 cm
 d'': 1.7 cm

2.0) Material de enchimento

Largura (bw-ench): 40 cm
 Altura (henc): 12 cm
 Comprimento (Cenc): 30 cm
 Peso Específico: 600 kgf/m³

3.0) Retirada do escoramento

t0: 14 dias

3.0) Informações sobre as armaduras

Categoria - aço superior: CA-60
 Estimativa da bitola da armadura superior: 4.2
 Categoria - aço inferior: CA-50
 Estimativa da bitola da armadura inferior: 8
 Estimativa da bitola da armadura adicional: ?

Diagramas: Seção transversal do elemento de enchimento, Perspectiva do elemento de enchimento, Desenho esquemático da nervura, Planta de forma esquemática

Botões: CALCULAR LAJE, Passou, VER VERIFICAÇÕES, VER RELATÓRIOS, FECHAR

Fonte: Elaborado pelo autor

Clicando no botão *Calcular Laje* o aplicativo faz todas as verificações que são resumidas no botão *Ver Verificações*. A Figura 22 mostra o resumo das verificações do cálculo dessa laje.

Figura 22 - Verificações

Verificações de dimensionamento

QUADRO DE VERIFICAÇÕES	CONDIÇÃO				
Verificação 01) - Armadura longitudinal de flexão	PASSOU	Ascalc	0,87 cm²	Asreal	1,32 cm²
Verificação 02) - Necessidade de armadura transversal	PASSOU	Vsd	5,73 kN	Vrd1	8,94 kN
Verificação 03) - Diagonal do concreto (bielas comprimidas)	PASSOU	Vsd	5,73 kN	Vrd2	45,32 kN
Verificação 04) - Flecha devido a carga acidental	PASSOU	a(q)	0,52 cm	a(lim)	1,04 cm
Verificação 05) - Flecha devido a combinação quase permanente + fluência	PASSOU	a(tot-cf)	0,63 cm	a(lim)	1,46 cm
		a(tot)	1,67 cm	a(cf)	1,04 cm

Aceitar

Fonte: Elaborado pelo autor

Clicando no botão *Ver Relatórios*, abre-se o seguinte formulário como ilustra a Figura 23.

Figura 23 - Relatórios

RELATÓRIOS

OBS.: Não preencher relatórios com o mesmo nome

OBS.: Viga calculada como retangular

	NOME DO RELATÓRIO	Gerar PDF	Salvo em meus documentos
E.L.U - Cálculo como seção retangular		Gerar PDF	Salvo em meus documentos
E.L.U - Cálculo como seção T		Gerar PDF	Salvo em meus documentos
Verificação aos esforços cortantes e bielas de compressão		Gerar PDF	Salvo em meus documentos
E.L.S - DEF - Verificação do estado limite de deformações excessivas		Gerar PDF	Salvo em meus documentos
Resumo e detalhamento simplificado da seção		Gerar PDF	Salvo em meus documentos

Encerrar o programa Voltar

Fonte: Elaborado pelo autor

Na Figura 23 é possível ver o tipo de cálculo que foi efetuado, isto é, se a vigota foi calculada como viga retangular ou se foi calculada como viga T. Além disso, o aplicativo permite que se exportem relatórios em PDF, bastando apenas colocar o nome do relatório e clicar em gerar PDF. Uma cópia desse relatório fica salva na pasta *Meus Documentos*. Os relatórios de cálculo estão anexados ao final deste texto.

Analisando as verificações e comparando os cálculos com os obtidos por Silva (2005), observa-se a primeira aproximação que difere os valores de d , uma vez que no aplicativo utilizam-se todas as casas decimais. A obtenção da posição da linha neutra é analítica e conduz a resultados mais precisos, uma vez que não é necessário arredondar os valores de KMD e buscar em um quadro, como Silva (2005) fez em seu artigo. A nova norma 6118/14 difere da 6118/08 no quesito da armadura de distribuição que ficou com $0,9\text{cm}^2/\text{m}$ ao invés de $0,6\text{cm}^2/\text{m}$ como no exemplo de Silva (2005). Em relação à laje prescindir de armadura transversal, os cálculos foram praticamente idênticos, salvo algarismos significativos. Em relação à compressão diagonal das bielas, idem. Já em relação ao estado limite de deformações excessivas, o cálculo do momento de fissuração foi idêntico, porém, no quadro de flechas houve uma diferença relativamente significativa. A grandeza da rigidez equivalente é fortemente elástica em relação à flecha. Isto é, arredondamentos nessa grandeza conduzem a resultados levemente distorcidos. Isso fica claro na hora de comparar a flecha imediata devido as ações permanentes, que se forem efetuadas com todos os algarismos, conduzem a um resultado de $0,51\text{cm}$ e, se não forem, podem conduzir a $0,58\text{cm}$, cerca de 13% superior. A flecha, devido à combinação quase permanente, chega a divergir em cerca de 16% também e devido à combinação rara, em torno de 22%. O Quadro 14 mostra a comparação entre as flechas obtidas por Silva (2005) e as obtidas pela aplicação desenvolvida.

Quadro 14 - Comparativo entre as flechas obtidas

Tipo de cálculo	Flecha devido às ações permanentes	Flecha devido à combinação quase permanente	Flecha devido à combinação rara
Analítico (NBR 6118-14)	0,51	0,68	1,04
Manual (NBR 6118-08)	0,58	0,79	1,27
Aumento (%)	13,7%	16,2%	22,1%

Fonte: Elaborado pelo autor

O Quadro 15 mostra as flechas imediatas em função da combinação geradas no memorial de cálculo.

Quadro 15 - Flechas obtidas pela aplicação

Ação	p (kN/m)	$M_{at} = M_{m\acute{a}x}$ (kN.m)	$M_r/M_{m\acute{a}x}$	$I_m (m^4)$	p/ I_m	a (cm)
Permanente	1,4906	2,48	0,632	3,14435E-05	47406	0,51
Quase permanente	1,7156	2,86	0,549	2,75349E-05	62306	0,68
Rara	2,2406	3,73	0,420	2,34291E-05	95633	1,04

Fonte: Elaborado pelo autor

Além disso, na antiga NBR 6118/08, o cálculo de flecha total era feito com a flecha imediata da combinação rara acrescida da combinação quase permanente junto à parcela da fluência que incidia sobre a flecha da combinação quase permanente. Na NBR 6118/14, isso mudou e a obtenção da flecha total é feita mediante a multiplicação da flecha imediata devido à combinação quase permanente pelo fator $(1 + \alpha_f)$. Isso pode conduzir a resultados até 30% menores como indica o Quadro 16.

Quadro 16 - Comparativo entre as flechas no tempo infinito

Tipo de cálculo	Flecha no tempo infinito (cm)
Analítico (NBR 6118/14)	1,67
Manual (NBR 6118/08)	2,43
Aumento	45,1%

Fonte: Elaborado pelo autor

Ao final, em ambos os casos, é estabelecido o estado limite de deformações excessivas, contudo para satisfazer o ELS-DEF no cálculo manual com a NBR 6118/08 e arredondamentos,

seria necessário uma contra flecha maior. Os resultados obtidos pela ferramenta desenvolvida encontram-se no Apêndice A e os resultados obtidos por Silva (2005) podem ser encontrados na bibliografia.

É necessário também fazer a verificação do estado limite de abertura de fissuras (ELS-W).

7.1.3 - Solução do exemplo 2 – Carvalho e Figueiredo Filho (2014), p.215

Para elucidar os cálculos do estado limite de deformações excessivas com a NBR 6118-14, serão comparados os resultados obtidos pela aplicação com os encontrados em Carvalho e Figueiredo Filho (2014). A simulação será feita com os dados de entrada abaixo extraídos de Carvalho e Figueiredo Filho (2014), conforme ilustra o quadro 17.

Quadro 17 - Dados de entrada

Variável	Descrição	Valor
b_f	Largura da mesa colaborante [cm]	50
b_w	Base da nervura [cm]	10
h_f	Altura da capa [cm]	4
h	Altura da laje [cm]	16
h_2	Altura da nervura [cm]	12
A_s	Área de armadura positiva [cm ²]	3,615
A_s'	Área de armadura negativa [cm ²]	0,000
d''	Distância entre a face superior da laje ao centroide da armadura comprimida [cm]	2,1
d	Altura útil da laje [cm]	13,9
Vão	Vão de cálculo [m]	5
A_{conc}	Área de concreto [cm ²]	320
g_1	Peso próprio [kN/m ²]	1,600
g_2	Enchimento - sobrecarga permanente [kN/m ²]	1,500
g_3	Sobrecarga permanente [kN/m ²]	0,000
q	Sobrecarga [kN/m ²]	4,000
t_0	Data da retirada do escoramento em dias	14
f_{ck}	Resistência do concreto aos 28 dias	20

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados obtidos pelo software estão disponíveis no Apêndice B e o comparativo com os calculados manualmente por Carvalho e Figueiredo Filho (2014), resumidos no Quadro 18.

Quadro 18 - Comparativo entre flechas imediatas

Flechas devido as combinações [cm]			
Tipo de cálculo	Permanente	Quase permanente	Rara
Analítico – NBR 6118-14	1,28	1,80	2,98
Manual – NBR 6118-14	1,30	1,81	3,01
% de aumento	1,5%	0,5%	1,0%

Fonte: Elaborado pelo autor

Observa-se, portanto, um erro pouco relevante. Mais uma vez isso é devido ao uso de todos os algarismos significativos.

7.2 - Aplicativo para dimensionamento verificação e detalhamento de vigas biapoiadas e dimensionamento para E.L.U de vigas contínuas com 3 apoios.

7.2.1 – Atribuições do software

Ao abrir o programa, no campo inicial, encontram-se as atribuições do software, conforme ilustra a figura 24.

Figura 24 - Atribuições do programa

Seja bem-vindo ao cálculo e análise de vigas: TCC - Marcus Nóbrega Gomes Júnior
Orientador: Germano Francisco Simon Romera Co-orientador: Lucas Henrique Soares

Vigas bi-apoiadas:	Vigas contínuas
Dimensionamento de armaduras longitudinais para o (E.L.U)	Solução do problema hiperestático pelo método das forças
Dimensionamento de armaduras transversais para o (E.L.U)	Traçado dos diagramas de momento fletor e de força cortante
Verificação da ruptura nas bielas comprimidas	Análise como hipótese de viga contínua
Verificação da flecha devido ao carregamento acidental	Dimensionamento das armaduras para o (E.L.U) para as seções:
Verificação da flecha devido a combinação quase permanente + fluência	- Apoio inicial
Verificação da flecha total subtraída da contra flecha adotada	- Apoio intermediário
Detalhamento das armaduras longitudinais (ancoragens, ganchos, etc)	- Apoio final
Detalhamento dos estribos	Dimensionamento da armadura de pele
Relatórios / Desenhos esquemáticos / Quantitativos	Relatórios/Desenhos esquemáticos

Fonte: Elaborado pelo autor

- Vigas biapoiadas

No aplicativo de vigas biapoiadas, o usuário é restrito a 15 variáveis, conforme ilustra o Quadro 19.

Quadro 19 - Variáveis: vigas bi apoiadas

Variável	Descrição
P_k	Carga permanente uniformemente distribuída na viga [kN/m]
q	Sobrecarga de utilização na viga [kN/m]
F_{ck}	Resistência do concreto aos 28 dias [MPa]
CAI	Classe do aço da armadura longitudinal
CAt	Classe do aço da armadura transversal
D	Diâmetro nominal do agregado graúdo [cm]
c	Cobrimento [cm]
t0	Data de retirada do escoramento [dias]
L	Vão livre da viga [cm]
h	Altura da viga [cm]
b_w	Base da viga [cm]
h_{p1}	Altura do pilar P1 medida na direção longitudinal da viga [cm]
h_{p2}	Altura do pilar P2 medida na direção longitudinal da viga [cm]
a_{cf}	Contra flecha adotada [cm]
d'	Distância do centroide da armadura inferior à face inferior da viga [cm]

Fonte: Elaborado pelo autor

No aplicativo há botões de ajuda que fornecem:

- Cálculos adicionais em planilha para levantamento de cargas em vigas;
- Tabela de diâmetro nominal dos agregados graúdos;
- Tabela informativa sobre cobrimentos;
- Informação sobre a retirada do escoramento;
- Informação sobre o processo iterativo do cálculo de d' .

Além disso, caso o usuário forneça algum valor fora da NBR 6118-14, o programa o informa em relação a isso. Por exemplo, caso o usuário forneça $b_w = 10\text{cm}$, ele será notificado de que esse valor não atende o mínimo da NBR 6118-14.

A interface do aplicativo será apresentada na resolução do exemplo proposto.

- Vigas contínuas:

No aplicativo de viga contínuas, o usuário fica restrito a 11 variáveis que se encontram no quadro 20.

Quadro 20 - Dados de entrada

Variável	Descrição
P_{k1}	Carga distribuída no primeiro tramo da viga [kN/m]
P_{k2}	Carga distribuída no segundo tramo da viga [kN/m]
b_w	Base da viga em [cm]
h	Altura da viga em [cm]
L_a	Vão de cálculo (adotado de centro a centro) [cm]
L_b	Vão de cálculo (adotado de centro a centro) [cm]
c	Cobrimento nominal [cm]
d'	$d' = c + 0,5 + \frac{1,25}{2}$
f_{ck}	Resistência do concreto aos 28 dias [MPa]
Aço da armadura longitudinal	Categoria do aço da armadura longitudinal que pode ser CA-50 ou CA-60
Aço da armadura transversal	Categoria do aço da armadura transversal que pode ser CA-50 ou CA-60

Fonte: Elaborado pelo autor

No aplicativo há botões de ajuda que fornecem:

- Tabela de diâmetro nominal dos agregados graúdos
- Tabela informativa sobre cobrimentos

É importante salientar que o valor de d' de cálculo é o mesmo para todas as seções. Fato que nem sempre é verdadeiro, a menos que todas as armaduras longitudinais resultem em $\phi = 12,5\text{mm}$ e os estribos resultem em $\phi = 5,0\text{mm}$. Porém, quando se trata de vigas esbeltas e armadas em uma camada apenas com armadura concentrada, que é o caso, essa diferença é insignificante. Além disso, muitas vezes a armadura de cálculo é inferior à armadura efetiva, isto é, é válido e algumas vezes, inclusive, é a favor da segurança essa simplificação.

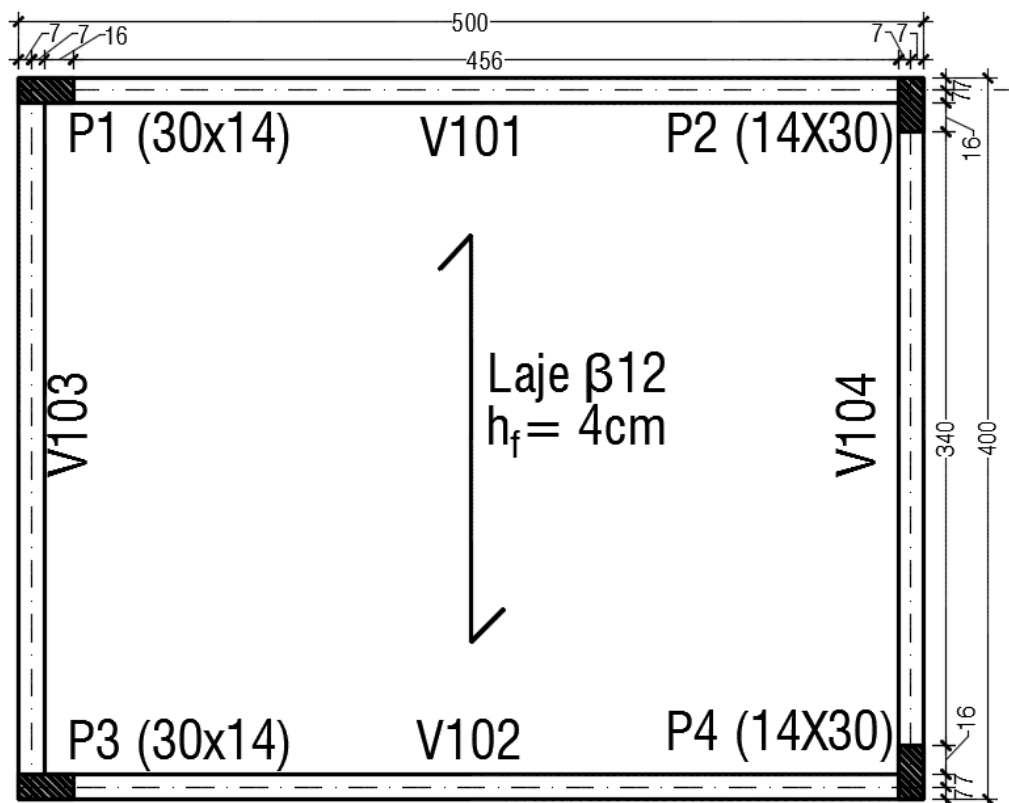
7.2.2 – Exemplo – Dimensionar e detalhar a viga mais solicitada do esquema estrutural abaixo composto de laje nervurada unidirecional (pré-fabricada) e vigas de concreto armado.

A planta de fôrma é ilustrada na Figura 25.

Dados:

- $f_{ck} = 25MPa$
- Revestimentos $\rightarrow \gamma_{rev} = 18 kN/m^3$; *espessura* = 0,03 m
- Laje residencial – (Dormitório, copa, cozinha, banheiro) $q = 150kgf/m^2$
- $L_x = 4,0m$ e $L_y = 5,0m$
- Cobrimento = 3,0cm
- Alvenaria de tijolos furados $\gamma_{alv} = 18kN/m^3$ (NBR 6120)
- Pé direito = 2,80m, tijolo 9x14x19 assentado de meia vez ($b_{w,alv} = 14 cm$)
- Classe do aço da armadura longitudinal = CA-50
- Classe do aço da armadura transversal = CA-60
- Diâmetro nominal do agregado graúdo = 1,9cm (Brita 2)
- Data de retirada do escoramento = 14 dias
- Vão livre da viga = 456 cm
- $b_w = 14 cm$
- $h_{p1} = 30 cm$; $h_{p2} = 14 cm$
- $d' = 4,1 cm$

Figura 25 - Planta de fôrma do pavimento em estudo



Fonte: Elaborado pelo autor

1ª Etapa - Levantar as cargas atuantes.

O aplicativo contém uma planilha que levanta os carregamentos nas vigas de acordo com Carvalho (2010). Abrindo o aplicativo e clicando no botão de ajuda ao lado da variável P_k , abre-se uma planilha onde o usuário informa os campos em amarelo e a planilha retorna a carga permanente, a carga accidental e a altura mínima, além de alguns desenhos esquemáticos. O levantamento de cargas encontra-se no Apêndice C. O resumo das cargas atuantes encontra-se no Quadro 21.

Quadro 21 - Levantamento de cargas

Viga	Carga _{tot} (E.L.U)	b _w	h	L	P _k	q
101	16kN/m	14cm	40cm	5,00m	13kN/m	3kN/m
102	16kN/m	14cm	40cm	5,00m	13kN/m	3kN/m
103	11kN/m	14cm	40cm	4,00m	10kN/m	0,8kN/m
104	11kN/m	14cm	40cm	4,00m	10kN/m	0,8kN/m

Fonte: Elaborado pelo autor

Portanto, naturalmente as vigas mais solicitadas são as vigas V101 = V102, como era de se esperar. É importante dizer que na planilha há o cálculo por 2 métodos diferentes (racional e simplificado) e o usuário escolhe o valor que deseja adotar. No caso de lajes nervuradas, como

explicado no capítulo 3, a capa tem alguma rigidez e absorve cerca de 30% das ações que atuam no plano da laje, contudo as cargas das paredes devem ser contabilizadas separadamente na totalidade para cada viga, o que conduz a resultados levemente parecidos para as vigas principais e secundárias. Todo procedimento de cálculo foi baseado em Carvalho (2014), p.102.

2ª Etapa – Inserir os dados de entrada no aplicativo e rodar a iteração.

A figura 26 ilustra a interface do aplicativo e os dados de entrada já preenchidos. Um orçamento inicial é proposto ao usuário. Para definir os valores unitários desse orçamento, na interface inicial do programa é possível configurar os custos de armadura, concreto e forma.

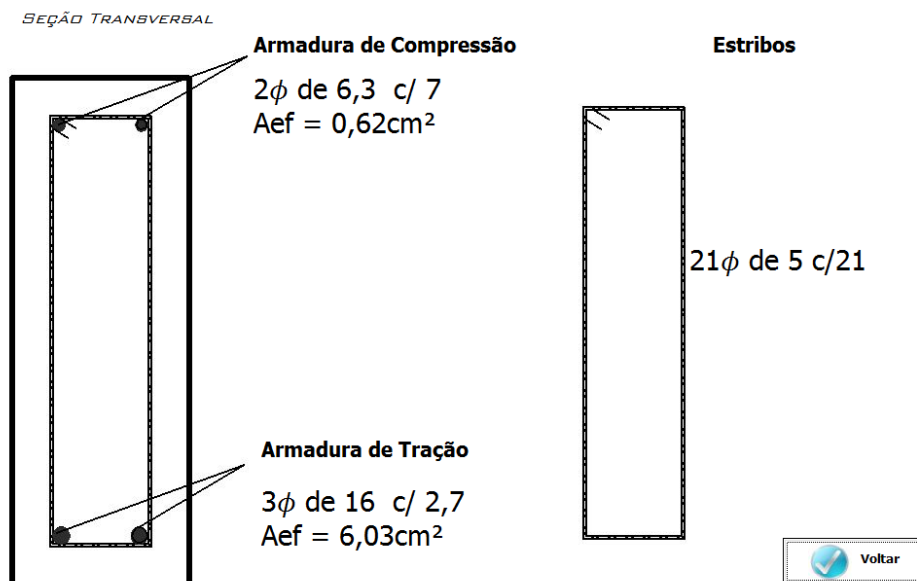
Figura 26 - Dados de entrada

Fonte: Elaborado pelo autor

Informações adicionais como domínio de deformação, profundidade da linha neutra e um orçamento estimado são apresentados toda vez que o usuário clica em *Rodar iteração*. Os custos podem ser configurados no botão *configurar* na interface inicial do cálculo de vigas.

A interação é satisfeita quando o valor de d' adotado for igual ao valor de d' real. Isto é, estimando d' , rodando a iteração e dimensionando as armaduras, o novo d' é igual ao d' anterior. Se não for satisfeita, deve-se redimensionar até conseguir convergir. As armaduras escolhidas para se trabalhar em uma camada encontram-se na figura 27. O desenho esquemático da figura 27 é obtido no botão *Ver esquema* dentro de *Dimensionar*. O dimensionamento resultou em armadura simples.

Figura 27 - Esquema das armaduras para o E.L.U



Fonte: Elaborado pelo autor

Os desenhos são apenas esquemáticos.

3ª Etapa – Analisar as verificações

Clicando em *Voltar* e depois na interface inicial clicando em *Verificar*, o programa apresenta o resumo de cálculo com as principais verificações e seus respectivos valores representativos. A figura 30 mostra o quadro de verificações do dimensionamento dessa viga.

Figura 28 - Verificações iniciais

Verificação	Situação	Resumo de cálculo			
Verificação 01 - Ruptura nas bielas	<i>Passou</i>	twd	1,02 MPa	twdlim	4,34 MPa
Verificação 02 - Flecha devido a carga acental	<i>Passou</i>	aq	0,25 cm	aqlim	1,30 cm
Verificação 03 - Flecha devido ao tempo infinito sem cf	<i>Não passou !</i>	atot	2,34 cm	alim	1,82 cm
Verificação 04 - Flecha devido ao tempo infinito com cf	<i>Não passou</i>	a(tot-cf)	2,34 cm	alim	1,82 cm
Verificação 05 - Ancoragem no pilar P1 c / gancho	<i>Passou</i>	lb,cg	8,2 cm	hup1	27,0 cm
Verificação 06 - Ancoragem no pilar P1 sem gancho	<i>Passou</i>	lb,semg	11,7 cm	hup1	27,0 cm
Verificação 07 - Ancoragem no pilar P2 c / gancho	<i>Passou</i>	lb,cg	8,2 cm	hup2	11,0 cm
Verificação 08 - Ancoragem no pilar P2 sem gancho	<i>Não passou</i>	lb,semg	11,7 cm	hup2	11,0 cm

Aceitar

Fonte: Elaborado pelo autor

A viga não satisfaz algumas condições. Sua flecha no tempo infinito foi superior a máxima permitida pela norma ($L/250$). Além disso, no pilar P2 não foi possível ancorar sem gancho, isto é, a ancoragem no pilar P2 não foi satisfeita com barra reta, todavia com gancho é

possível ancorar. Para satisfazer o estado limite de deformações excessivas é necessário fazer, portanto, alguns ajustes dentre os quais, antes de se alterar algum campo, é importante entender que a seção deve-se tornar mais rígida. A maneira mais rápida de se conseguir ganhar rigidez é aumentando a altura, que por sua vez aumenta na proporção cúbica a inércia da seção, mas nem sempre isso é possível devido a impactos na arquitetura. Outra possibilidade seria alterar o f_{ck} do concreto, porém, isso não é tão viável, uma vez que a nível de uma obra, geralmente utiliza-se o mesmo concreto para as estruturas de responsabilidade (lajes, vigas, pilares). Pode-se também aumentar o tempo de escoramento, mas isso é um impacto grande no canteiro, muitas vezes. Há, portanto, diversas formas de rearranjar as variáveis e satisfazer o problema e uma das mais interessantes é se utilizar de uma contraflecha. A NBR 6118-14 na tabela 13.3 no item b) estabelece que contraflechas podem ser utilizadas desde que não ocasionem desvio no plano maior que $l/350$. Portanto será adotada uma contraflecha nesta viga de 1,0cm alterando no formulário inicial seu valor para 1,0. Alterando os dados, iterando e dimensionando a viga de novo, obtém-se o seguinte quadro de verificações conforme ilustra a figura 29.

Figura 29 - Verificações satisfeitas

Verificação	Situação	Resumo de cálculo			
Verificação 01 - Ruptura nas bielas	<i>Passou</i>	twd	1,02 MPa	twdlim	4,34 MPa
Verificação 02 - Flecha devido a carga acental	<i>Passou</i>	aq	0,25 cm	aqlim	1,30 cm
Verificação 03 - Flecha devido ao tempo infinito sem cf	<i>Não passou !</i>	atot	2,34 cm	alim	1,82 cm
Verificação 04 - Flecha devido ao tempo infinito com cf	<i>Passou</i>	a(tot-cf)	1,34 cm	alim	1,82 cm
Verificação 05 - Ancoragem no pilar P1 c / gancho	<i>Passou</i>	lb,cg	8,2 cm	hup1	27,0 cm
Verificação 06 - Ancoragem no pilar P1 sem gancho	<i>Passou</i>	lb,semg	11,7 cm	hup1	27,0 cm
Verificação 07 - Ancoragem no pilar P2 c / gancho	<i>Passou</i>	lb,cg	8,2 cm	hup2	11,0 cm
Verificação 08 - Ancoragem no pilar P2 sem gancho	<i>Não passou</i>	lb,semg	11,7 cm	hup2	11,0 cm

Aceitar

Fonte: Elaborado pelo autor

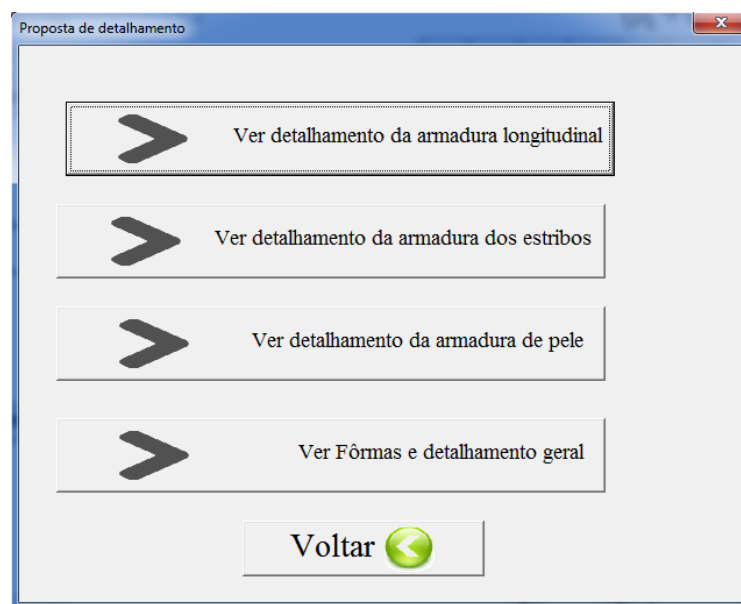
Portanto, a única verificação que não passou foi a flecha no tempo infinito sem contraflecha, porém a flecha no tempo infinito com contraflecha foi satisfeita, o que faz com que o estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF) seja considerado estabelecido. Além disso, para não efetuar a verificação da grandeza de abertura de fissuras do (ELS-W) a NBR 6118-14 na tabela 17.2 fornece uma tabela com espaçamentos máximos permitidos para as armaduras nas almas das vigas, em função da armadura longitudinal e da tensão na barra para dada combinação, de modo aumentar a durabilidade e consequente redução de fissuração. Essa

armadura deve ser disposta verticalmente abaixo na linha neutra em um espaçamento $h_{\text{útil}}$ determinado em função de d' e x . Espaçando corretamente essas armaduras, considera-se esse estado limite estabelecido.

4ª Etapa – Detalhamento

Voltando na interface inicial e clicando em *Detalhar*, o usuário tem a opção de ver os detalhes conforme ilustra a figura 30.

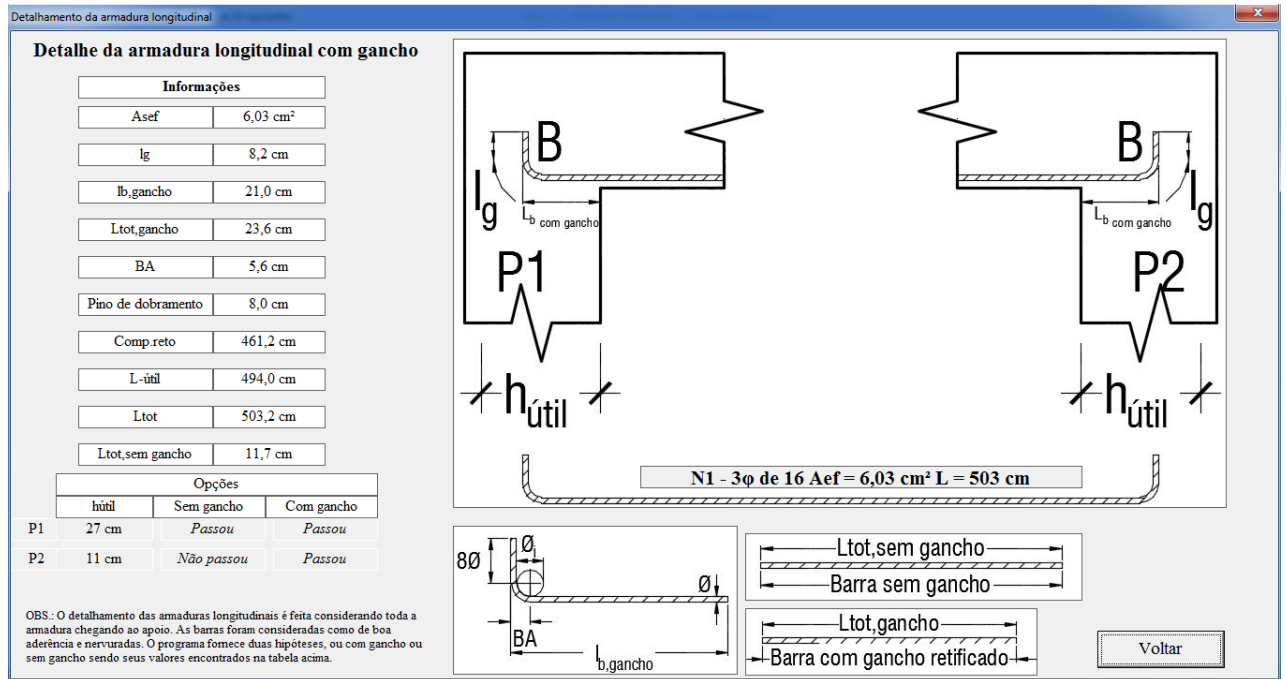
Figura 30 - Ver detalhes



Fonte: Elaborado pelo autor

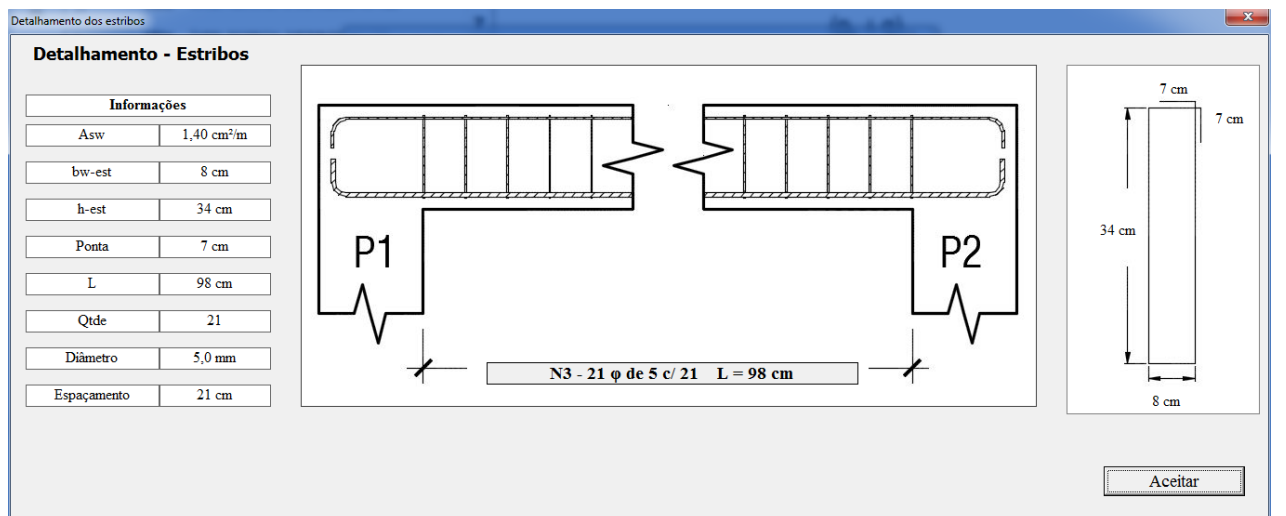
As Figuras 31, 32, 33, 34 mostram o detalhamento da armadura longitudinal, o detalhamento da armadura dos estribos, o detalhamento da armadura de pele e por fim as fôrmas e o detalhamento geral, respectivamente. É importante notar que o programa fornece, em forma de desenho esquemático, o detalhamento da armadura se for feita com ganchos em ambas extremidades. Contudo, no quadro de informações é possível verificar se a ancoragem tem a possibilidade de ser reta ou não. Além disso nesse quadro é fornecido qual o comprimento necessário dentro de cada pilar para satisfazer a eventual ancoragem de barra reta.

Figura 31 - Detalhamento da armadura longitudinal



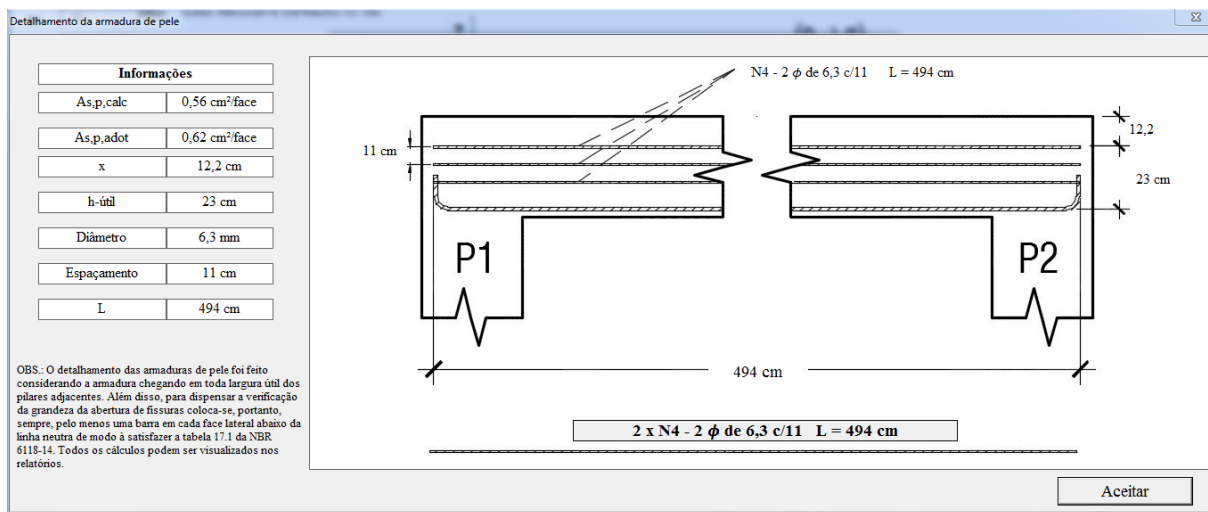
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 32 - Detalhamento dos estribos



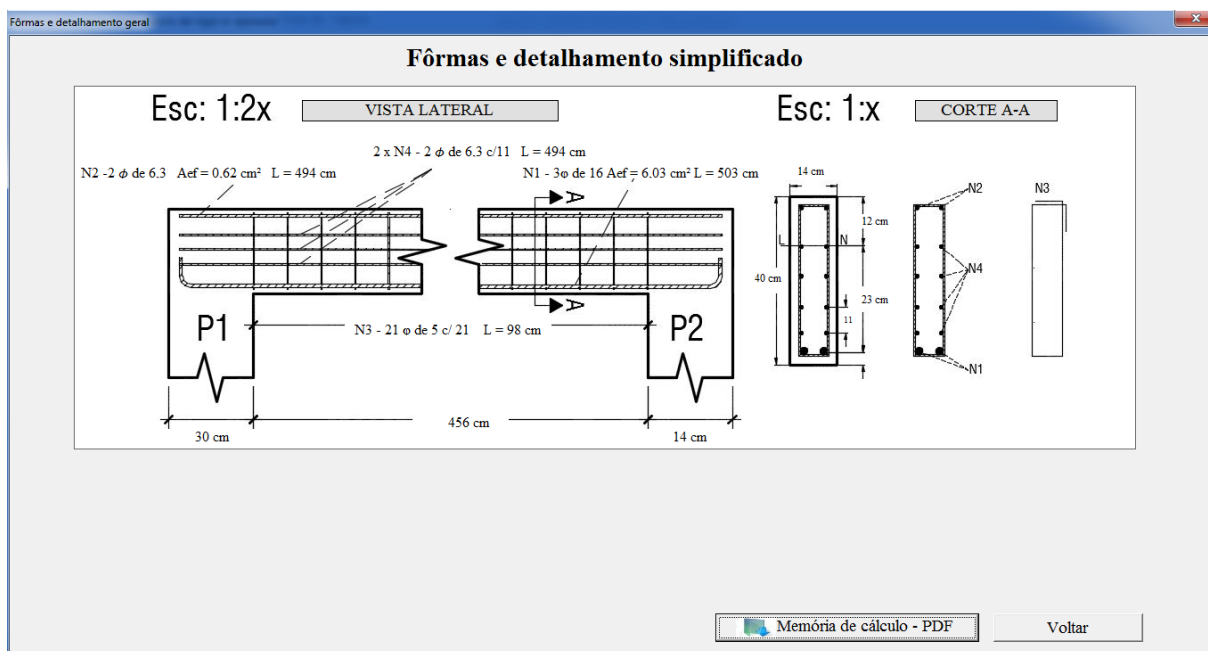
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 33 - Detalhamento da armadura de pele



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 34 - Fôrmas e detalhamento simplificado



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao final do programa tem-se a opção de se gerar uma memória de cálculo com todas as verificações, desenhos e cálculos, inclusive contendo quadro de ferros e quantitativos. O quadro de ferros encontra-se no Quadro 22 e o memorial no Apêndice D. Os quantitativos encontram-se no Quadro 23.

Quadro 22 - Quadro de ferros gerado pelo programa

Função	Detalhe	φ [mm]	L [m]	kg/m	kg
Positiva	N1 - 3φ de 16 Aef = 6,03 cm² L = 503 cm	16	15,10	1,6	24,16
Negativa	N2 - 2 φ de 6,3 Aef = 0,62 cm² L = 494 cm	6,3	9,88	0,25	2,47

Função	Detalhe	ϕ [mm]	L [m]	kg/m	kg
Estribos	N3 - 21 ϕ de 5 c/ 21 L = 98 cm	5	20,58	0,16	3,29
Pele	2x N4 - 2 ϕ de 6,3 c/11 L = 494	6,3	19,76	0,25	4,94

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 23 - Resumo dos quantitativos

Concreto [m³]	Fôrma [m²]	Aço + 10% [kg]
0,26	4,29	38,34

Fonte: Elaborado pelo autor

7.2.3 – Exemplo – Milton Araújo volume 2. pg (ELU)

Com o aplicativo para cálculo de esforços solicitantes e detalhamento da seção transversal de vigas contínuas, será dimensionada para o E.L.U a viga contínua do exemplo 5.8 presente em Araújo (2010), vol 2, p.221. Os dados de entrada encontram-se no Quadro 24. É importante salientar que na bibliografia não dado o diâmetro máximo do agregado graúdo, que por sua vez, foi adotado igual a 1,9 cm (brita 02). Além disso, a estimativa de d' é feita adotando estribos de 5,0 mm e aço longitudinal de 12,5 mm, diferentemente de Araújo (2010) que adota para estimativa de d' valores superiores. Isso gera resultados de armadura longitudinal e transversal, levemente distorcidos devido à influência não tão forte de d' no cálculo de vigas esbeltas, diferentemente das lajes pré-fabricadas que têm sua altura relativamente baixa e, portanto, grande influência em relação a d' .

Quadro 24 - Dados de entrada

Variável	Unidade	Valor
P_{k1}	[kN/m]	10
P_{k2}	[kN/m]	10
b_w	[cm]	20
h	[cm]	45
L_a	[cm]	500
L_b	[cm]	400
c	[cm]	3
d'	$d' = c + 0,5 + \frac{1,25}{2}$ [cm]	4,125
f_{ck}	[MPa]	30

Variável	Unidade	Valor
Aço da armadura longitudinal	Categoria do aço da armadura longitudinal que pode ser CA-50 ou CA-60	CA-50
Aço da armadura transversal	Categoria do aço da armadura transversal que pode ser CA-50 ou CA-60	CA-60

Fonte: Elaborado pelo autor

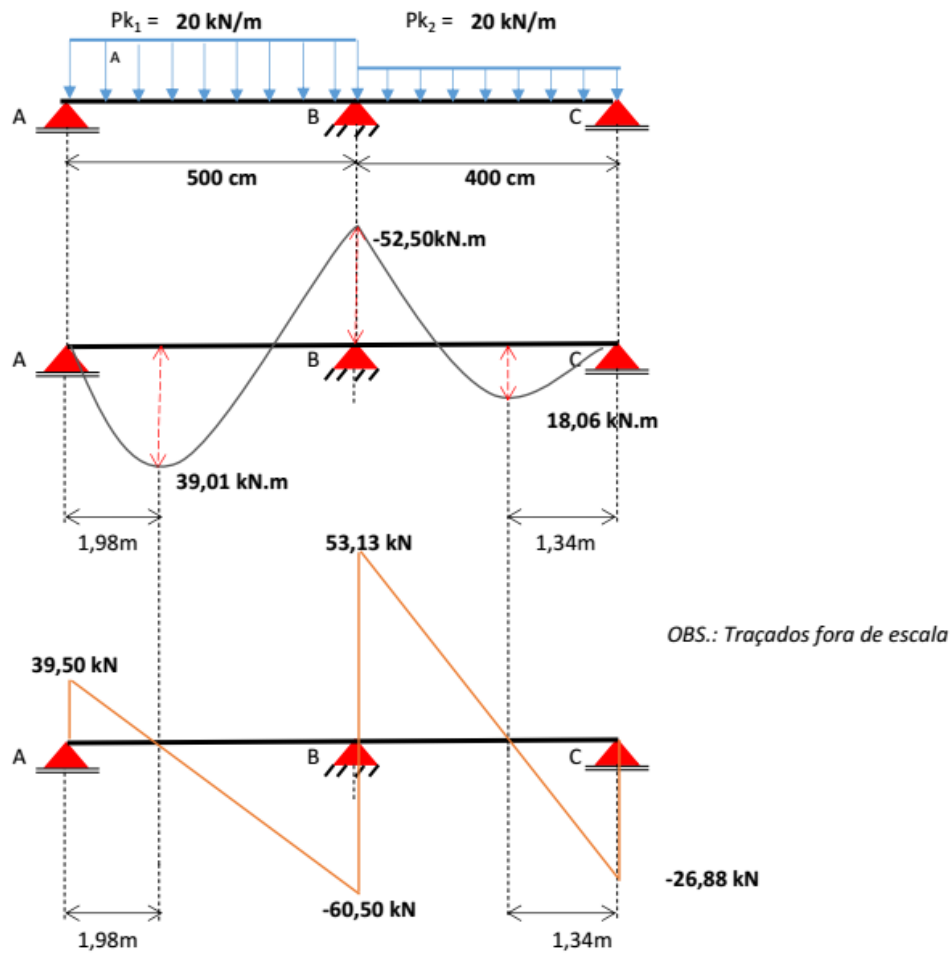
A interface com os dados preenchidos encontra-se na figura 35.

Figura 35 - Dados de entrada

Fonte: Elaborado pelo autor

A figura 36 mostra os diagramas de momento fletor e esforço cortante obtido pelo aplicativo. Toda a memória de cálculo encontra-se no Apêndice E. Clicando em *Rodar Iteração*, o programa efetua todos os cálculos, verifica se algum campo não foi preenchido, avisa o usuário e orienta-o caso haja algum erro. Depois de rodar a iteração, o usuário pode exportar um relatório em PDF do traçado dos diagramas. Clicando em *Dimensionar*, o usuário dimensiona e detalha a seção transversal das 3 seções transversais.

Figura 36 - Traçado dos diagramas



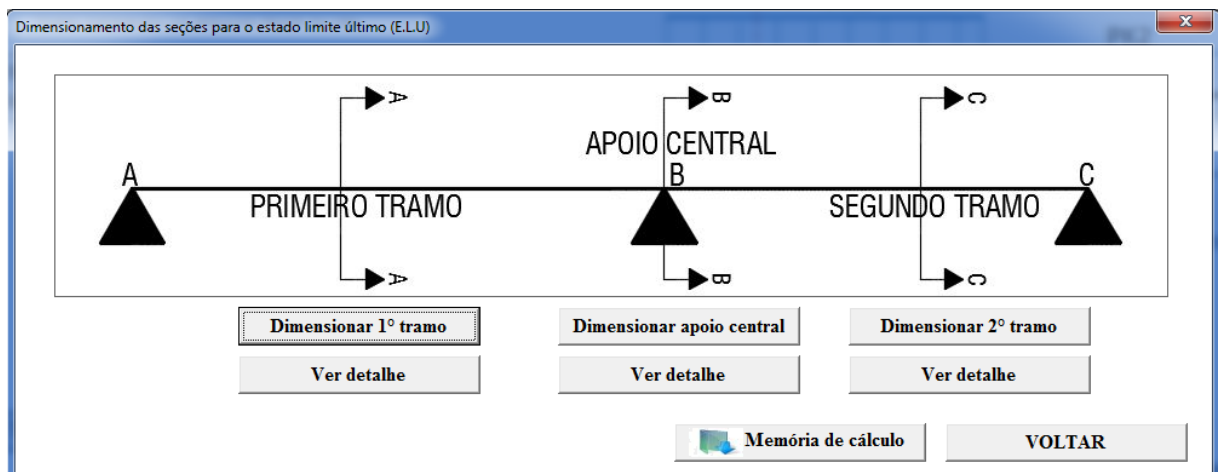
Fonte: Elaborado pelo autor

Os diagramas foram praticamente os mesmos, com diferenças muito baixas, devido a algarismos significativos. É importante salientar que os traçados não se encontram em escala. Depois de se obter os valores característicos dos carregamentos, pode-se dimensionar a viga contínua nas três seções:

- Primeiro tramo (A-A)
- Apoio central (B-B)
- Segundo tramo (C-C)

Ao clicar em Dimensionar, abre o seguinte campo, ilustrado na figura 37.

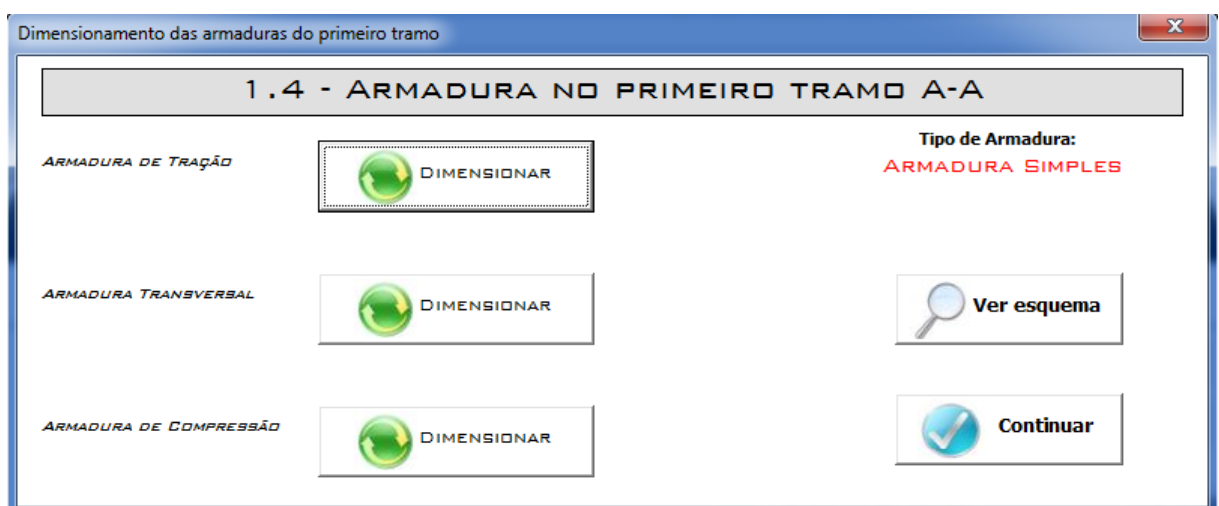
Figura 37 - Interface de seleção da seção



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao clicar em *Dimensionar 1º tramo* abre o campo de dimensionamento do corte A-A, conforme ilustra a figura 38.

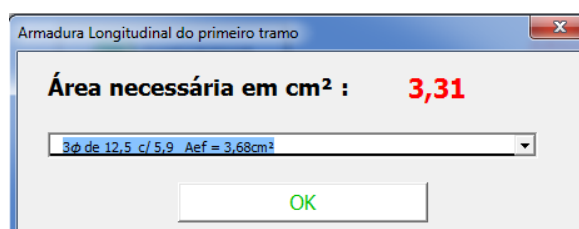
Figura 38 - Dimensionamento do primeiro tramo



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao clicar em cada um dos botões *Dimensionar*, o programa fornece as armaduras necessárias para o (E.L.U) e fornece algumas opções para o usuário escolher. Ao dimensionar a armadura de tração, conforme ilustra a figura 39, foi escolhido 3φ de 12,5 mm.

Figura 39 - Armadura positiva escolhida



Fonte: Elaborado pelo autor

O mesmo procedimento é feito para os estribos e para as eventuais armaduras de compressão (armadura dupla) ou porta-estribos. Os quadros 25, 26 e 27 mostram os resultados obtidos pelo programa e aqueles obtidos por Araújo (2010).

Quadro 25 - Comparativo entre as armaduras longitudinais

Local	A _{Scale} [cm ²]		Detalhe	
	Araújo (2010)	Aplicativo	Araújo (2010)	Aplicativo
Tramo 01	3,23	3,31	3φ de 12,5	3φ de 12,5
Apoio central	4,47	4,55	4φ de 12,5	4φ de 12,5
Tramo 03	1,84	1,87	2φ de 12,5	2φ de 12,5

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 26 - Comparativo entre as armaduras negativas

Local	A _{s'} _{calc}		Detalhe	
	Araújo (2010)	Aplicativo	Araújo (2010)	Aplicativo
Tramo 01	0	0	2φ de 6,3	2φ de 6,3
Apoio central	0	0	--	2φ de 6,3
Tramo 03	0	0	2φ de 6,3	2φ de 6,3

Fonte: Elaborado pelo autor

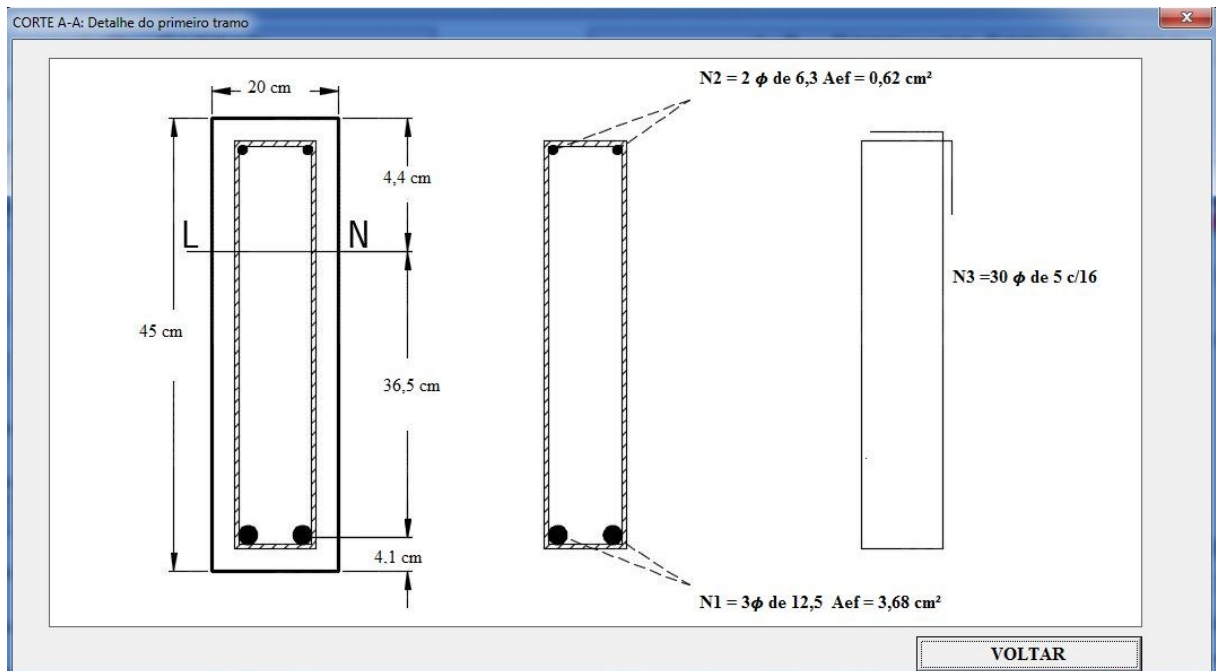
Quadro 27 - Comparativo entre as armaduras transversais

Local	A _{SWcalc} [cm ² /m]		Detalhe	
	Araújo (2010)	Aplicativo	Araújo (2010)	Aplicativo
Tramo 01	2,40	2,40	30φ de 5,0 c/ 16	30φ de 5,0 c/ 16
Apoio central	--	--	--	--
Tramo 03	2,40	2,40	24φ de 5,0 c/ 16	24φ de 5,0 c/ 16

Fonte: Elaborado pelo autor

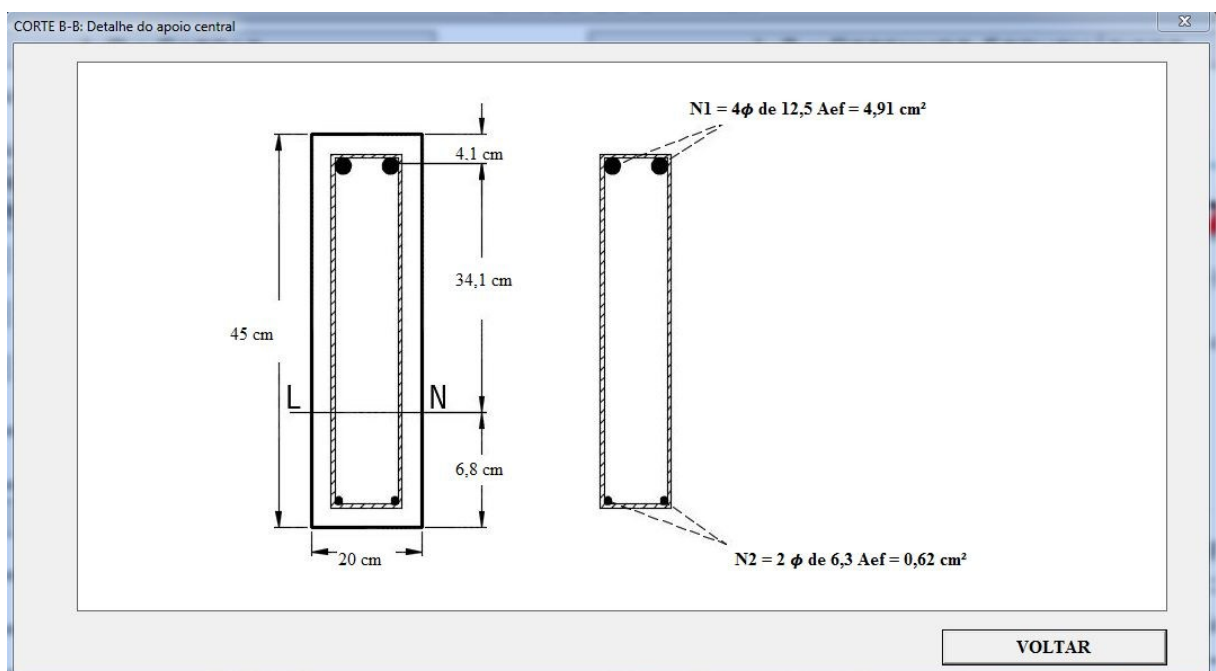
As figuras 40, 41 e 42 mostram o detalhamento da seção transversal nos cortes A-A , B-B e C-C, respectivamente.

Figura 40 - Detalhe do corte A-A



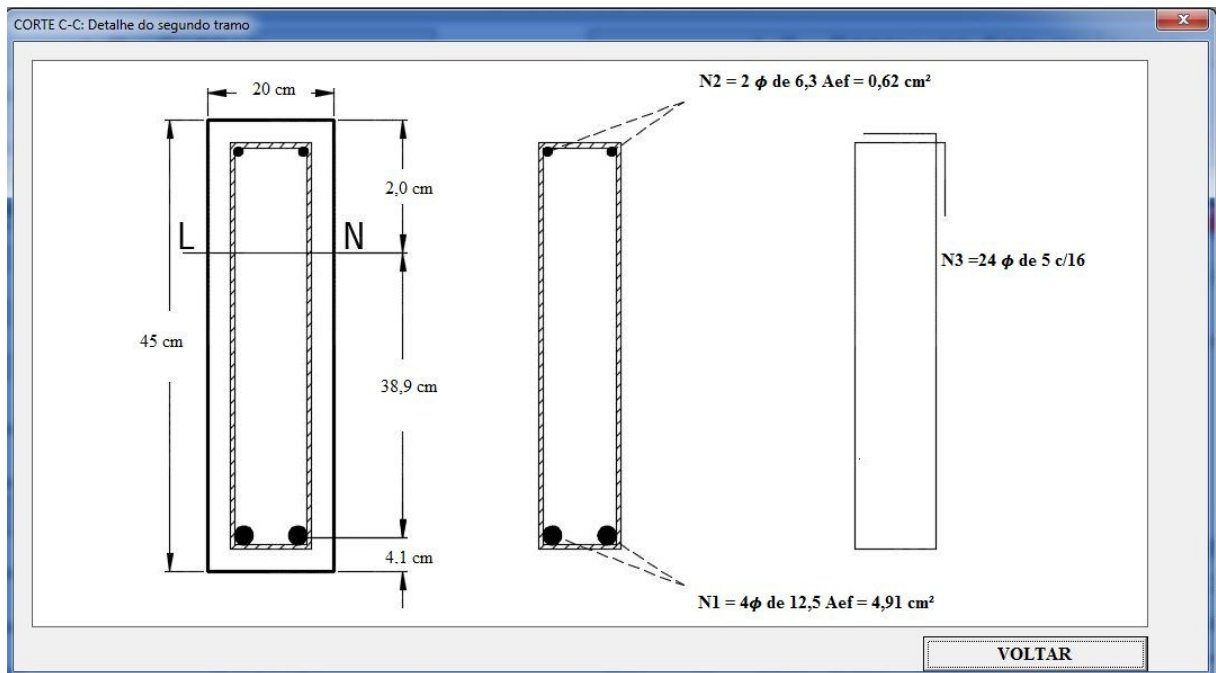
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 41 - Detalhe do corte B-B



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 42 - Detalhe do corte C-C



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao final do programa, o usuário pode gerar um PDF da memória de cálculo e analisar todos os cálculos efetuados e desenhos esquemáticos, que se encontram no Apêndice F.

7.3 - Aplicativo para dimensionamento de pilares centrados

Em interface mesclada por intermédio de partes planilhas e partes em formulários foi desenvolvido um aplicativo para dimensionamento, verificação e detalhamento de pilares centrados submetidos à flexão normal reta com algumas limitações:

- Não considera o efeito da fluência, pois se limita a pilares com esbeltez (λ) menores ou iguais a 90.
- Cálculo pelo método do pilar padrão e não pelo método geral.
- Apenas a direção x do pilar pode sofrer com efeitos de segunda ordem.

7.3.1 – Atribuições da planilha

O usuário fica restrito a algumas variáveis dentre as quais se destacam a estimativa da d' , que é muito importante para a tomada da taxa mecânica de armadura, a geometria dada em corte e planta e o esforço normal característico. É importante notar que pelo fato de haver vigas perpendiculares ao pilar, não se considera, portanto, o efeito dos momentos que essas gerariam nos pilares, o que simplifica muito a entrada de dados, pois, não é necessário levantar a largura das vigas nem suas cargas. Entretanto, é necessário levantar sua altura para o cálculo do vão efetivo do pilar. Após inserir os dados em planilha, o usuário deve dimensionar as

armaduras, e, para isso, deve ser direcionado ao ábaco de interação correto, que depende fortemente de d' . Uma vez determinada a taxa mecânica de armadura, procede-se o cálculo das armaduras necessárias nas direções principais do pilar de modo a garantir o equilíbrio dos esforços para o pior dos casos. Uma vez determinado o arranjo das armaduras, prossegue-se para o detalhamento verificando, portanto, espaçamentos máximo e mínimos, taxas de armadura máximas e mínimas, além de todo detalhamento das armaduras transversais de modo a garantir a proteção contra a flambagem e das armaduras longitudinais, incluindo sua ancoragem, de modo a equilibrar os esforços.

Ao final, o usuário tem a opção de gerar um detalhamento do pilar e por fim, gerar toda a memória de cálculo.

7.4 – Aplicativo para dimensionamento de pilares de canto

Em interface mesclada por intermédio de partes em planilha e partes em formulários, foi desenvolvida aplicação para calcular, verificar e detalhar pilares de canto sujeitos à flexão composta oblíqua com algumas considerações:

- Embora o pilar esteja submetido à flexão composta oblíqua e seja recomendado o método do pilar padrão com rigidez k aproximada, foi desenvolvida a aplicação pelo método do pilar padrão com curvatura aproximada. Posteriormente, nos exemplos serão comparados os resultados do dimensionamento pelos dois métodos, uma vez que a literatura desenvolve pelo segundo método.
- Há a restrição de que apenas a direção x do pilar possa estar sujeita a efeitos de segunda ordem.
- Limitada a pilares com esbeltez até 90, portanto, despreza-se o efeito da fluência.

7.4.1 – Atribuições do software

O usuário fica restrito a algumas variáveis, dentre as quais destaca-se desta vez a dificuldade de se definir a geometria, que deve ser fiel ao caso, pois, considera-se a rigidez das duas vigas que chegam ao pilar. Portanto, é preciso determinar em corte e planta as dimensões do pilar, das vigas, do pé direito de uma direção, do pé direito da outra direção, além dos comprimentos de centro a centro das vigas, suas cargas e também as larguras dos pilares posteriores. Somam-se a isso, as características dos materiais e coeficientes. De maneira análoga ao cálculo de pilares centrados, após a inserção dos dados, o usuário ao dimensionar as armaduras, é levado ao ábaco de interação correto, necessitando somente escolher a taxa mecânica de armadura nas duas direções de modo a escolher posteriormente um arranjo de

barras que satisfaça às condições últimas para as duas direções. Adiante realiza-se todo o detalhamento das armaduras longitudinais e transversais.

No fim, o usuário tem a opção de gerar toda memória de cálculo além de gerar um detalhamento do pilar.

7.5 – Aplicativo para dimensionamento de pilares de extremidade

Em interface mesclada em planilhas e formulários, foi desenvolvida uma aplicação para dimensionamento, verificação e detalhamento de pilares de extremidade sujeitos à flexão normal reta, devido à viga que não possui continuidade, conforme explicado no item 5.3.2 desse projeto de TCC. Algumas observações devem ser notadas, por exemplo :

- O cálculo é feito com base no método do pilar padrão *com curvatura aproximada*;
- Os pilares são limitados a esbeltez de 90, de modo a se desprezar os efeitos da fluência;
- Há a restrição de que apenas a direção x do pilar possa estar sujeita a efeitos de segunda ordem;

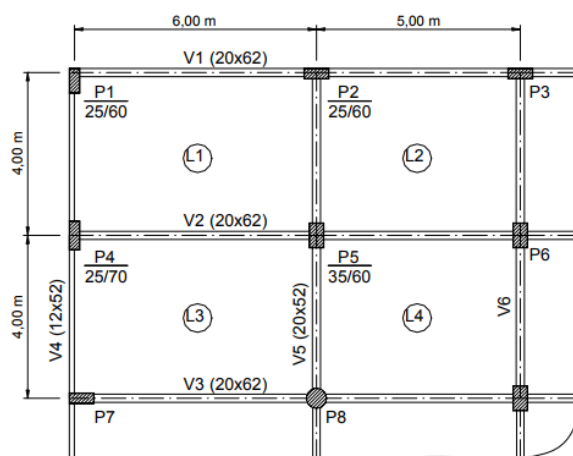
7.5.1 – Atribuições do software

O usuário fica restrito a algumas variáveis dentre as quais, pode-se destacar a geometria que é apresentada em apenas um corte e uma planta. Todas as variáveis em relação aos materiais são as mesmas dos pilares de canto e de centro. Ressalva para a viga que não tem continuidade que deve ter sua rigidez calculada, além de levantada sua carga permanente, adicionada da sobrecarga.

7.6 – Dimensionamento de lances de pilares de um pavimento

A planta de fôrma da figura 43 do pavimento em estudo foi retirada de Fusco (1981) onde todos os cálculos foram baseados na NB-1. Atualiza-se, portanto, o dimensionamento para a NBR 6118-14.

Figura 43 - Planta de fôrma de estudos



Os pilares a serem dimensionados são:

P5 (35/60) – c = 2,5 cm ; P_k = 2720 kN ; CA-50 ; C30

P4: (25/70) – c = 2,5 cm ; P_k = 1670 kN; CA-50; C30

P1: (25/60) – c = 2,5 cm ; P_k = 1230 kN ; CA-50 ; C30

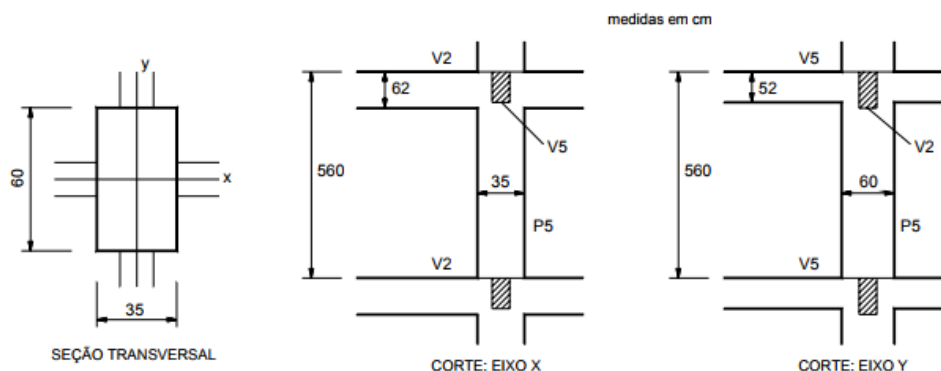
Outros dados relevantes são as dimensões e cargas das vigas subjacentes:

$$V1: (20/62) - (g+q) = 20 \text{ kN/m}$$
$$V2: (20/62) - (g+q) = 19 \text{ kN/m}$$
$$V4: (12/52) - (g+q) = 16 \text{ kN/m}$$

7.6.1 – Dimensionamento do pilar interno (P5)

A geometria pode ser resumida de acordo com a Figura 44 ilustra a geometria do pilar P5.

Figura 44 - Planta e corte do pilar P5



Fonte: ALVA et al, 2008, p.24

Inserindo os dados na planilha de cálculo e adotando:

$$d' = 4,0 \text{ cm}$$

Diâmetro do agregado = 1,9 cm

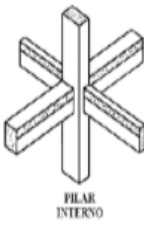
$$\eta_1 = 2,25$$

$$\eta_2 = 1$$

As Figuras 45 e 46 mostram os dados de entrada preenchidos na planilha.

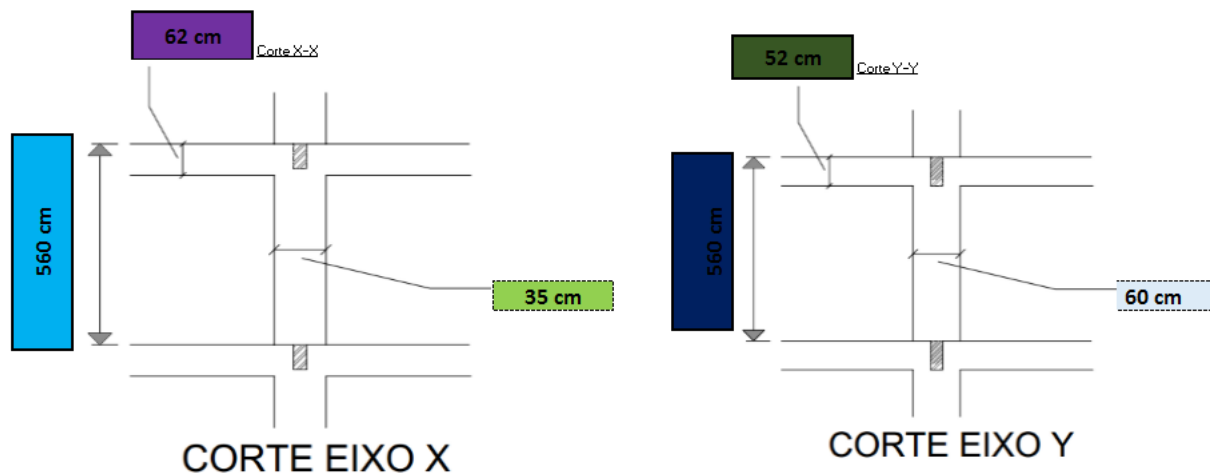
Figura 45 - Dados de entrada P5

Pilar de interno n° : 5	
P5 (35 x 60)	
Dados dos materiais	
Concreto	C30
Aço, longitudinal	CA-50
d' [cm]	4
Dagregado [cm]	1,9
Cobrimento [cm]	2,5
fck [MPa]	30
fyk [MPa]	500
η_1	2,25
η_2	1
γ_c	1,4
γ_s	1,15
Nk [kN]	2720
Mkx [kN.m]	0



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 46 - Cortes P5



Fonte: Elaborado pelo autor

Após inserir os dados e clicando em *Dimensionar Armaduras*, o usuário é levado a um formulário em que ao clicar no botão *Abrir Ábacos de Venturini*, ele é encaminhado para o ábaco correto. Em função dos parâmetros μ_{dx} , ν_{dx} e $\frac{d'}{h}$, obtém-se a taxa mecânica de armadura ω e preenche-se a célula solicitada em planilha de modo a se alimentar esse dado de entrada, a fim de calcular a armadura longitudinal necessária. Essa armadura é sempre maior ou igual a mínima, de modo que ao passo que o usuário clica em *Armadura longitudinal em x* aparece em

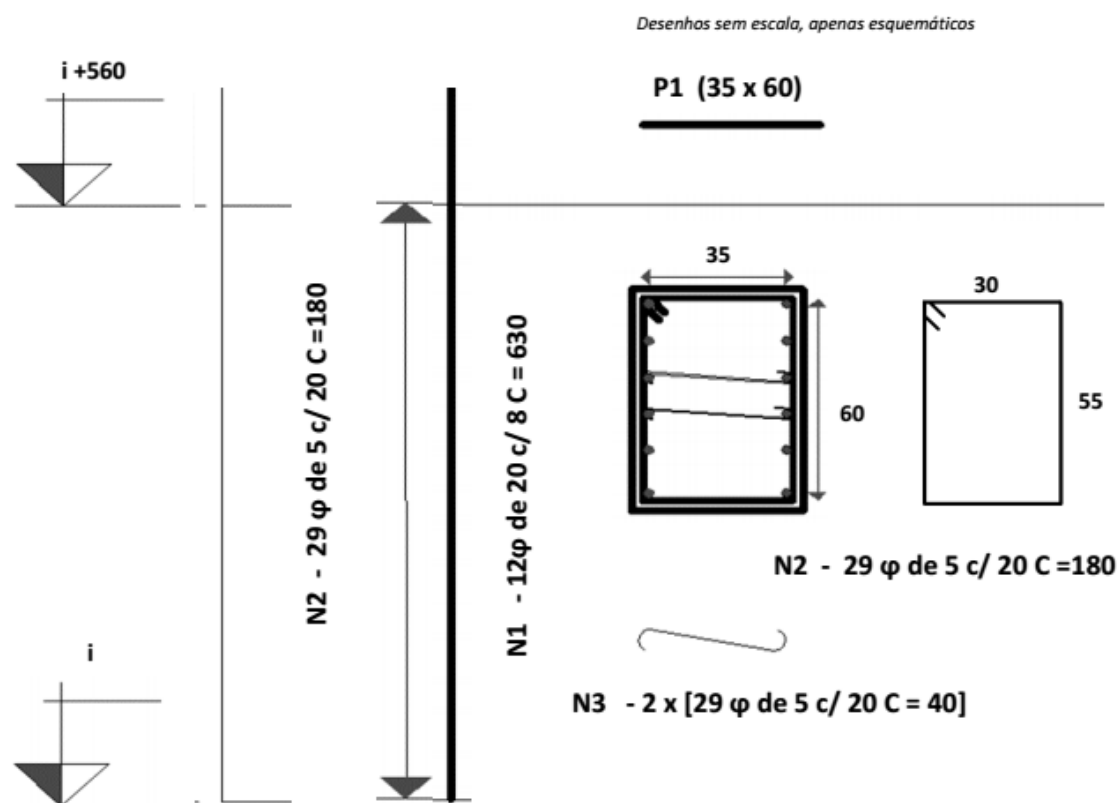
um *Label* o valor da armadura de cálculo e em um *Combobox* aparecem as possibilidades comerciais. Assim, escolhe-se a armadura paralela à direção *y*.

O mesmo procedimento é realizado para a direção *x* sendo a armadura de dimensionamento o maior valor encontrado entre as duas direções.

Por fim, é necessário atender todas as verificações, dentre as quais se destaca o critério da curvatura mínima, pois, para solicitações normais baixas, é necessária uma excentricidade grande de modo que o produto da normal pela excentricidade se iguale ao momento mínimo. Em outras palavras, a curvatura fica exagerada devido a grande excentricidade necessária para atender a este momento e, portanto, para cargas baixas convém dimensionar para a menor carga que satisfaça o critério da curvatura mínima.

A memória de cálculo encontra-se no Apêndice G. O detalhamento simplificado encontra-se na Figura 47. É importante observar que os desenhos gerados não necessariamente representam a realidade, são apenas para ilustrar as armaduras de cálculo.

Figura 47 - Detalhamento esquemático do pilar P5

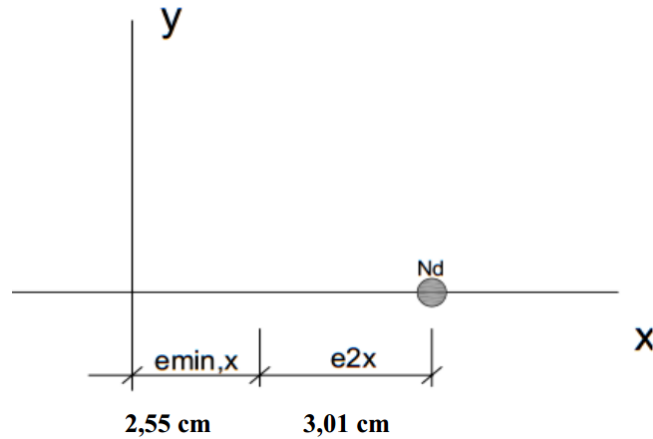


Fonte: Elaborado pelo autor

Cabe a observação da necessidade de se considerar os efeitos de segunda ordem para direção *x* do pilar uma vez que a esbeltez limite foi inferior à esbeltez calculada. O efeito de 2ª

ordem gerou uma excentricidade de 3,01 cm na seção intermediária fazendo com que esta fosse a seção crítica para esta direção, conforme ilustra a Figura 48 extraída do memorial de cálculo.

Figura 48 - Seção intermediária mais excêntrica



Fonte: Elaborado pelo autor

7.6.2 – Dimensionamento do pilar de extremidade (P4)

O resumo dos dados de entrada é ilustrado na Figura 49

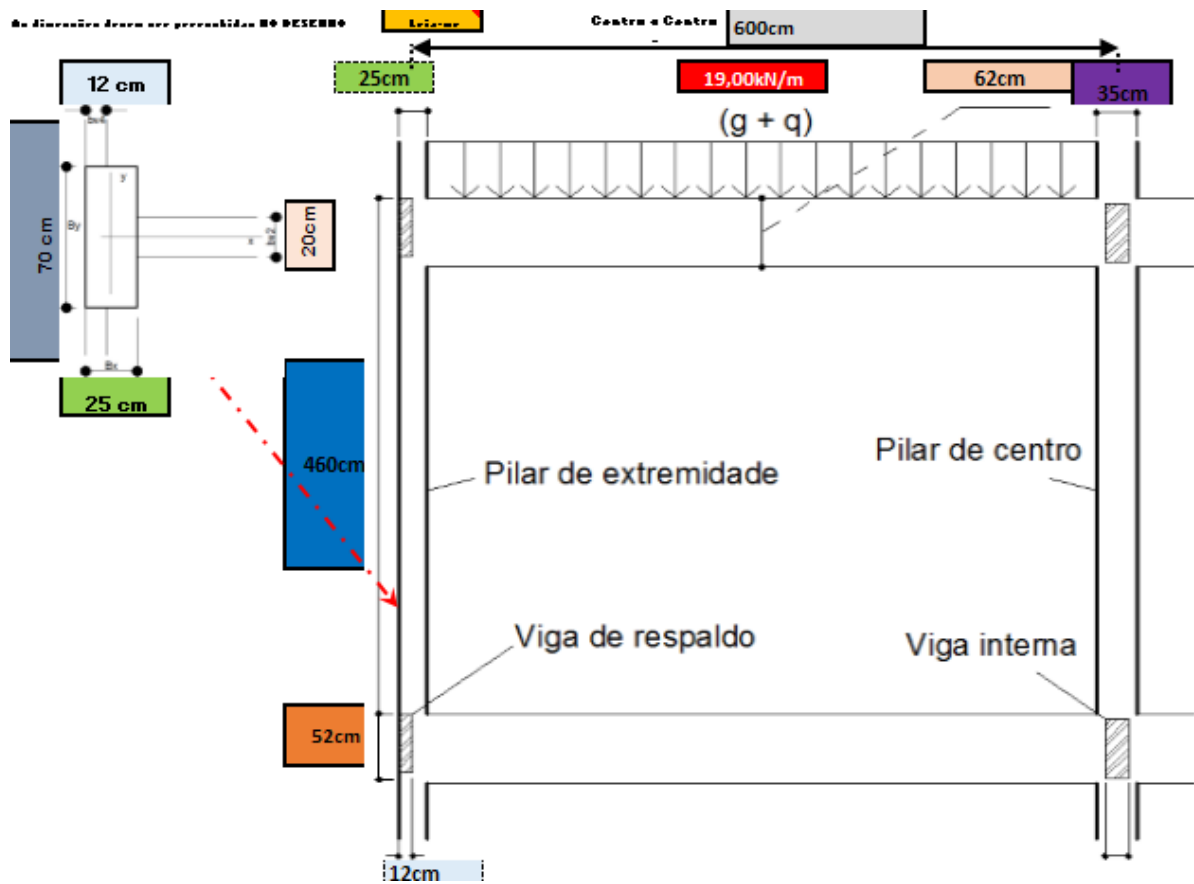
Figura 49 - Dados de entrada P4

Pilar de extremidade nº :		4
P4 (25 x 70)		
Dados dos materiais		
Concreto	C30	
Aço	CA-50	
d' [cm]	4	
Dagregado [cm]	1,9	
Cobrimento [cm]	2,5	
fck	30	
fyk	500	
η_1	2,25	
η_2	1	
Gamac	1,4	
Gamy	1,15	
Nk [kN]	1670	
Mkx [kN.m]	0	
Mky [kN.m]	0	

Fonte: Elaborado pelo autor

A geometria encontra-se resumida na Figura 50

Figura 50 - Geometria do arranjo do pilar P5

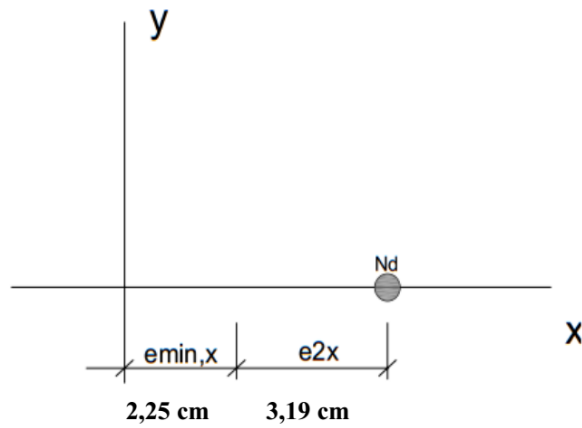


Fonte: Elaborado pelo autor

Após inserir os dados e clicando em *Dimensionar Armaduras* em função de μ_{dx} , ν_{dx} e $\frac{d'}{h}$, obtém-se a taxa mecânica de armadura ω e preenche-se a célula solicitada em planilha de modo a calcular a armadura longitudinal necessária. Repete-se o procedimento para direção y e adota-se o maior valor para satisfazer as duas direções.

Cabe aqui salientar mais uma vez a necessidade de se considerarem os efeitos de segunda ordem para a direção mais esbelta do pilar (x). Agora surgem momentos iniciais devido ao momento em que a viga transfere ao pilar, diferentemente do pilar centrado. A Figura 51 apresenta a seção mais solicitada para direção x.

Figura 51 - Seção intermediária mais solicitada (P4)



Fonte: Elaborado pelo autor

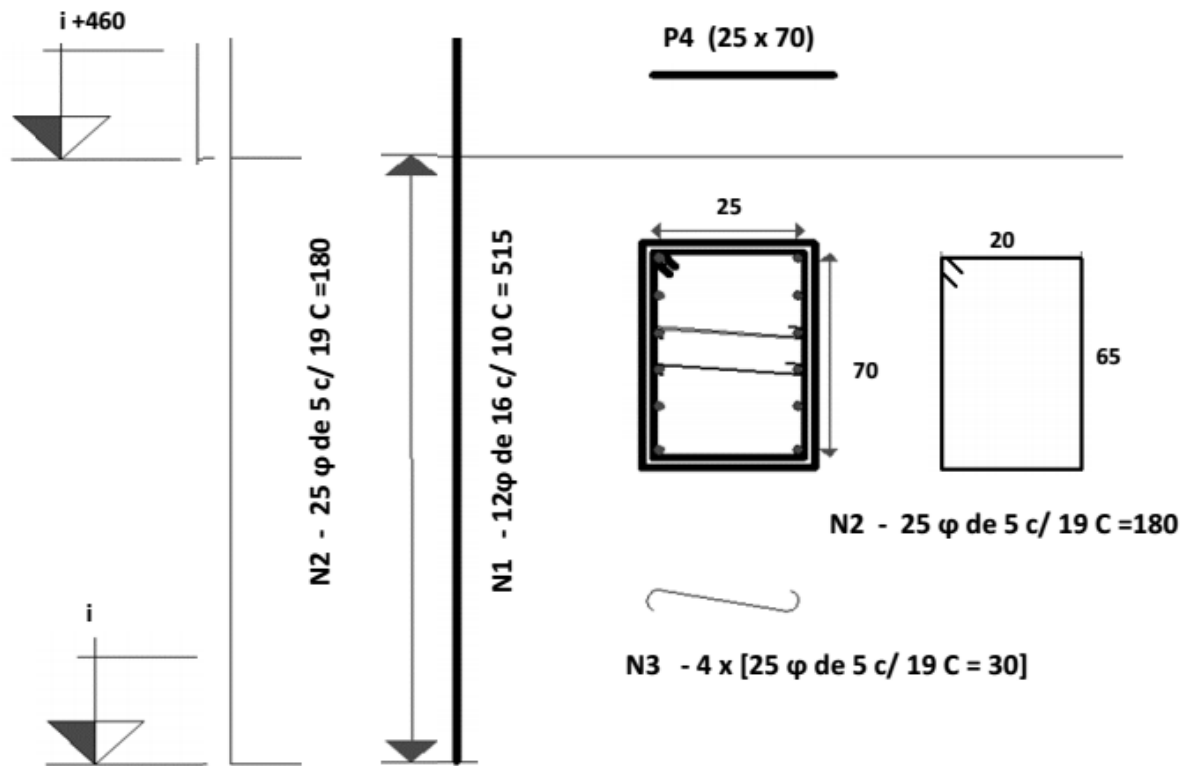
Todos os cálculos e verificações encontram-se no Apêndice H. O detalhamento do pilar resultou diferente daquele que ALVA et al (2008) desenvolveu. As seguintes alterações foram:

- O espaçamento dos estribos foi alterado para 19 cm.
- O espaçamento dos estribos suplementares foi alterado para 19cm.
- O comprimento total da armadura longitudinal foi alterado para 515cm.

A figura 52 apresenta o detalhamento esquemático do pilar.

Figura 52 - Detalhamento do pilar P4

Desenhos sem escala, apenas esquemáticos.



Fonte: Elaborado pelo autor

7.6.3 – Dimensionamento do pilar de canto

O resumo dos dados encontra-se nas Figuras 53, 54, 55 e 56.

Figura 53 - Dados de entrada pilar P1

Pilar de canto n° : **1**

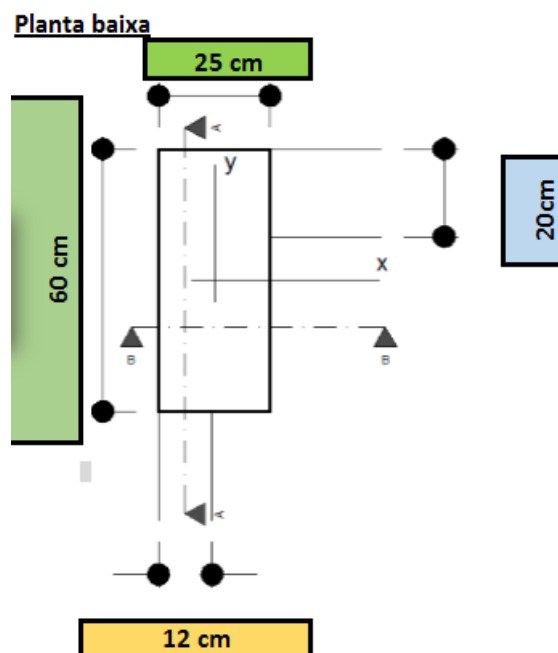
P1 (25 x 60)

Dados dos materiais	
Concreto	C30
Aço	CA-50
d' [cm]	4
Dagregado [cm]	1,9
Cobrimento [cm]	2,5
fck	30
fgk	500
η_1	2,25
η_z	1
γ_c	1,4
γ_s	1,15
Nk [kN]	1230
Mkz [kN.m]	0
Mky [kN.m]	0



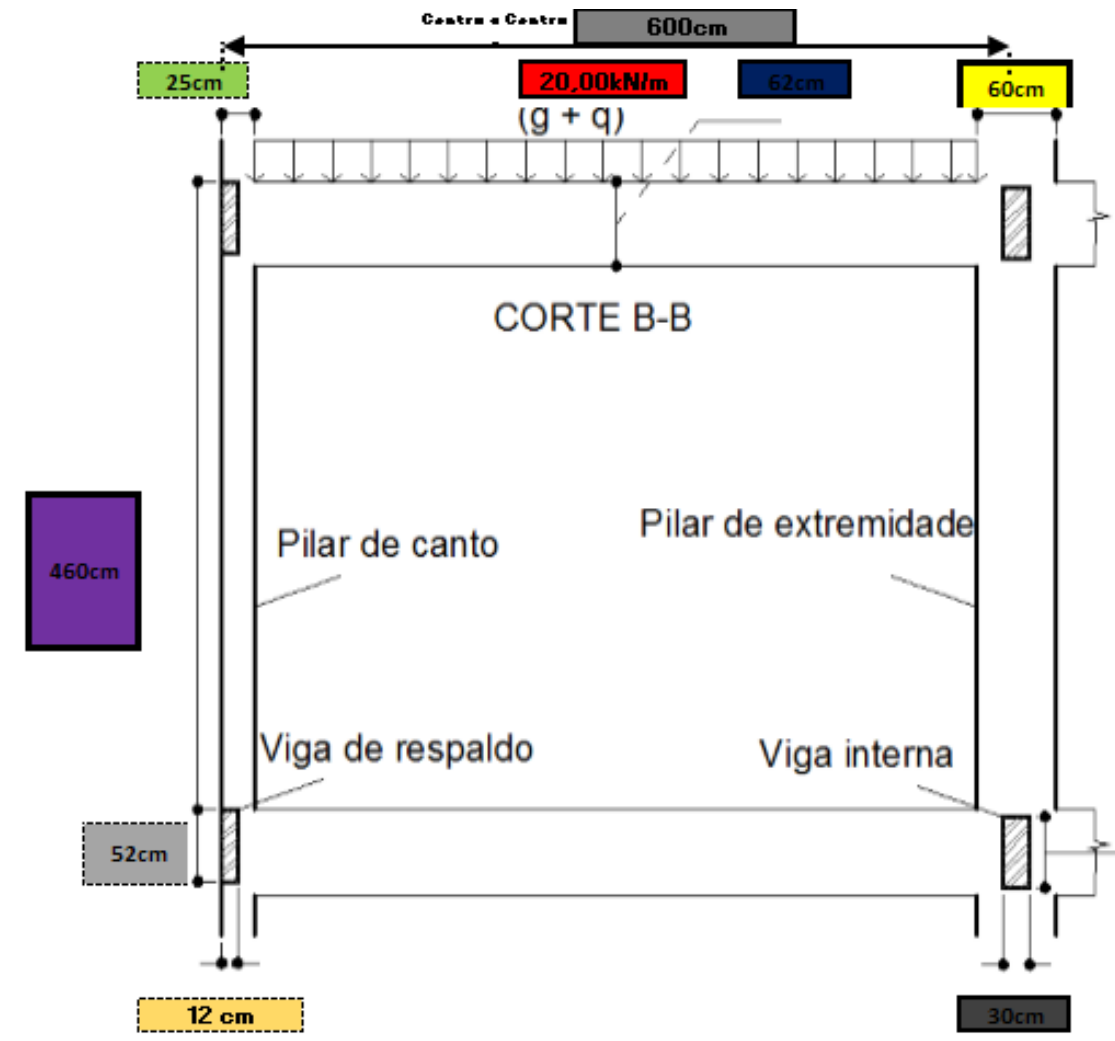
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 54 - Dimensões em planta



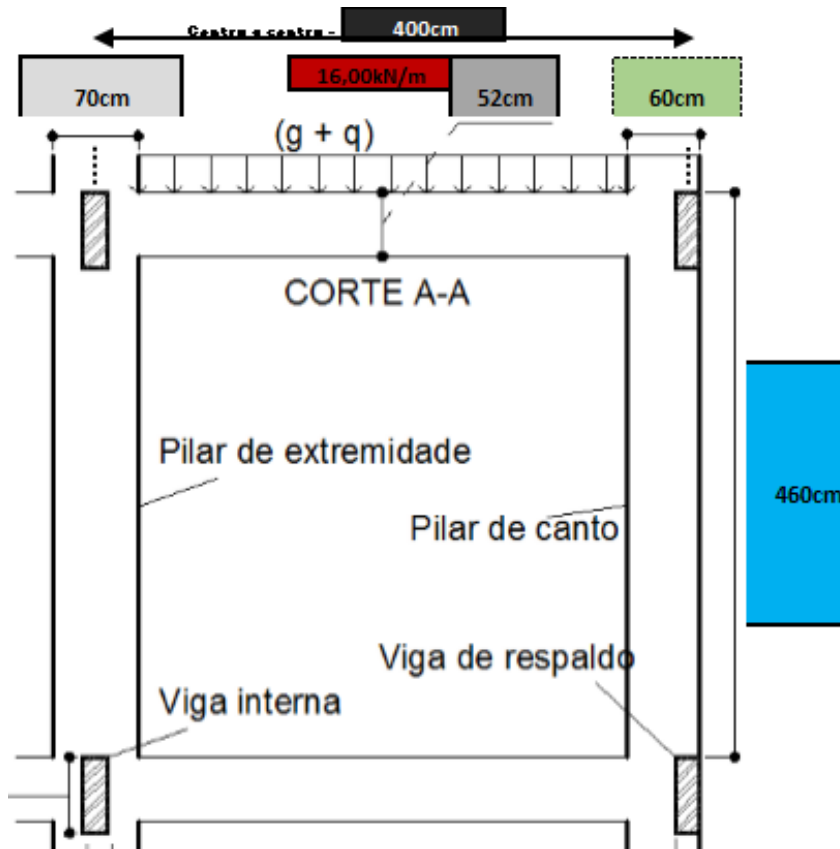
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 55 - Corte B-B do pilar P1



Fonte: Elaborado pelo autor

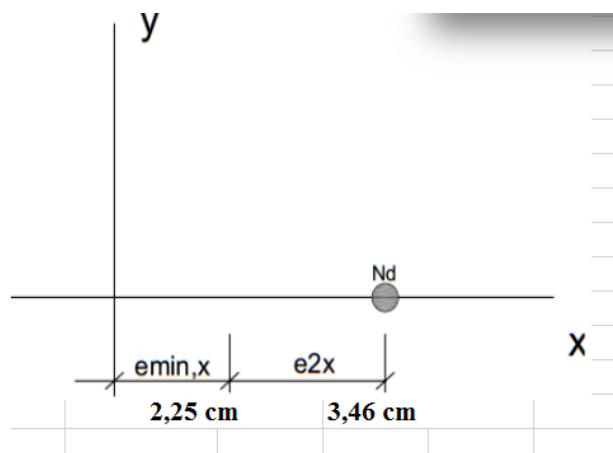
Figura 56 - Corte A-A pilar P1



Fonte: Elaborado pelo autor

Uma vez inseridos os dados de entrada, dimensionam-se as armaduras tomando a taxa de armadura nos ábacos correspondentes. Aqui cabe uma grande ressalva. O dimensionamento pelo método da curvatura aproximada obteve uma excentricidade na seção desfavorável cerca de 121% superior àquela obtida pelo método da rigidez k aproximada. A Figura 57 apresenta a situação de projeto na seção mais solicitada sob o eixo x . O que dá fortes indícios de que o método da curvatura aproximada fornece resultados elevados para flexão composta oblíqua.

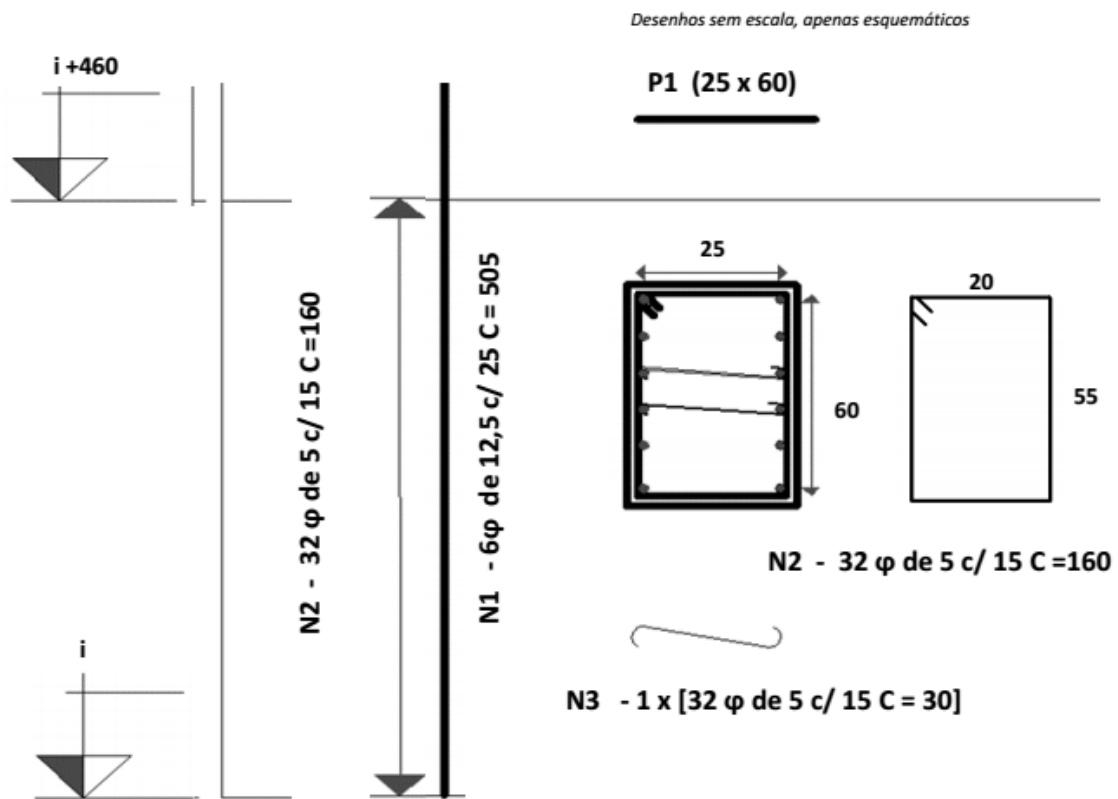
Figura 57 - Situação de projeto do pilar P1 se fosse calculado pela curvatura aproximada



Fonte: Elaborado pelo autor

Já em relação ao eixo y , obteve-se a mesma excentricidade pelo fato de não ser necessário, em tese, o cálculo dos efeitos de segunda ordem. Porém, os detalhamentos foram os mesmos devido ao fato de a armadura calculada ser inferior a mínima no dimensionamento pelos 2 métodos. Toda memória de cálculo encontra-se no Apêndice I. Geralmente, pilares de canto em situações correntes são dimensionados para a armadura mínima. Contudo, para um dimensionamento mais criterioso e refinado, deve-se utilizar o método da rigidez k aproximada. A Figura 58 apresenta o detalhamento esquemático do pilar P1.

Figura 58 - Detalhamento do pilar P1



Fonte: Elaborado pelo autor

CAPÍTULO 8 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

8.1 – Lajes pré-fabricadas unidirecionais

O aplicativo para dimensionamento e verificação de vigotas pré-moldadas fornece resultados rápidos e precisos e permite a análise de diversos cenários de cálculo de modo a ajustar parâmetros para se obter um dimensionamento ótimo. Um grande ponto positivo dessa aplicação é a possibilidade de se obter o máximo vão que uma vigota suporta, dado os carregamentos e geometria da seção. Isso é muito importante pois não há tabelas de máximo vão que uma vigota suporta considerando os efeitos da fluência e do E.L.U. Outro ponto positivo é possibilidade de se calcular as vigotas como viga T, situação não tão corriqueira, mas possível. Além disso, há também a possibilidade de se calcular armaduras duplas tanto para o cálculo como seção retangular quanto para o cálculo como seção T, embora não seja tão usual, é uma condição que eventualmente pode ocorrer. Os resultados obtidos nos exemplos foram precisos se comparados com a NBR 6118-14.

Na verdade, o aplicativo pode, inclusive, ser utilizado no ensino das disciplinas relacionadas. Por sua interface simples e intuitiva e pela possibilidade de se importar todos os relatórios, essa ferramenta, pode servir para que alunos, em um nível acadêmico, tenham acesso a um roteiro detalhado e simples de como proceder o cálculo manual, ensinado nas instituições de ensino, de uma maneira sistemática e organizada.

Para trabalhos futuros pode ser acrescentada a verificação do ELS-W e também a geração de orçamentos e detalhamentos mais sofisticados, o primeiro pode ser facilmente implementado.

8.2 - Vigas biapoiadas

O aplicativo de vigas biapoiadas abrange todas etapas de dimensionamento, verificação e detalhamento de uma viga biapoiada. Os resultados obtidos são rápidos, precisos e de simples interpretação, pois estão sempre atrelados a desenhos esquemáticos e roteiros bem definidos. Um ponto positivo é geração do quadro de ferros e quantitativos, presente na memória de cálculo do aplicativo. Os detalhamentos, embora fora de escala, são esquematizados de modo a simular o comportamento de uma viga usual. Mais uma vez a tomada de decisão pode ser muito bem acessível, em um curto período de tempo, analisando vários cenários e, nesse caso, analisando, inclusive, o orçamento estimado.

Uma análise interessante que se pode fazer é o máximo vão teórico que uma viga biapoiada pode resistir em função dos carregamentos e geometria da seção adotada, de modo a satisfazer todos os critérios de dimensionamento, verificação e detalhamento. Outra análise

interessante é escolher a seção que, para dado vão e carregamentos, satisfaz o estados limites e produz o menor custo. Na verdade, como dito, diversos cenários podem ser analisados.

Para trabalhos posteriores pode ser sistematizado uma verificação mais precisa do ELS-W, não só se utilizando do quadro 10, mas sim fazendo o estudo da grandeza das fissuras para cada barra escolhida. Outra possibilidade seria um estudo mais detalhado da fluência de modo a considerar datas distintas de aplicação de parcelas do carregamento permanente.

8.3 - Vigas contínuas

O aplicativo de vigas contínuas é interessante pelo fato de resolver o problema hiperestático, e, analisar mediante hipóteses de viga contínua, quais momentos devem ser considerados nos tramos e no apoio, segundo item 14.6.6.1 da NBR 6118-14. A avaliação dos domínios pode ser analisada escolhendo a seção que, nos tramos e nos apoios, produza um uso mais racional dos recursos (concreto e aço) de modo a tentar se aproveitar ao máximo dos limites permitidos. Isso significa tentar resolver o problema de maneira a produzir profundidades de linha neutra mais elevadas que capacitam as seções com momentos resistentes mais elevados.

Entretanto, nos cálculos, muitas vezes para otimizar os tramos da viga contínua, faz-se necessário ter armadura dupla no apoio, devido ao efeito do momento negativo gerado no apoio e também pela limitação do programa em se calcular como seção única por toda viga.

Para futuros trabalhos recomenda-se efetuar o processo de detalhamento das armaduras ao longo da viga, acrescentando o cobrimento do diagrama de momentos fletores, cálculo de ancoragens por ganchos (apoios externos) e por traspasse (apoio interno). A verificação de flecha pode também ser efetuada de modo aproximado pela inércia de *Branson* em cada tramo. Entretanto o cálculo seria muito mais elaborado tanto para determinação da flecha diferida quanto da flecha total no tempo, devido à dificuldade de se modelar a inércia média e a flecha no estágio I (iterativa).

8.4 - Pilares de centro

A planilha de cálculo de pilares de centro tem sua entrada de dados bem facilitada e apresenta resultados precisos, de acordo com a NBR 6118-14. É uma ferramenta de análise razoavelmente rápida que permite ao usuário fazer análises alterando a seção de modo a se escolher uma armadura que atenda o estado limite último e que seja aceitável.

Um ponto a ser estudado é a tomada da taxa mecânica de armadura que, em futuros trabalhos, pode ser solucionada efetuando o traçado do diagrama de interação de maneira

analítica, como já visto em outros trabalhos. Porém, pelo nível de precisão necessária, tomar um dado em um ábaco não inviabiliza o uso do aplicativo.

Para futuros trabalhos recomenda-se criar um formulário em VBA para entrada de dados mais facilitada, além de melhorar os desenhos e detalhamentos. Sem utilizar programação orientada a objetos é possível criar arranjos usuais possíveis e utilizar de condicionais para tentar, em função dos resultados, fornecer um detalhamento dinâmico, isso é válido para os pilares de canto e de extremidade, também.

8.5 – Pilares de canto

A planilha de cálculo de pilares de canto possui entrada de dados facilitada e apresenta resultados relativamente rápidos mas não recomendáveis para estruturas de médio/grande porte. Isso decorre do fato que o método utilizado (*curvatura aproximada*) não é recomendado para pilares sujeitos a flexão composta oblíqua. Contudo, para o pilar dimensionado os resultados de dimensionamento foram iguais, mesmo não considerando o método da rigidez k . Isso demonstra que deve ser tomado cautela e que, para um dimensionamento não tão rigoroso, onde se busca alguma folga, um cálculo razoável pode ser efetuado com o primeiro método. Os resultados de cálculo mostraram um momento de dimensionamento superior para o cálculo efetuado pelo método da curvatura aproximada em comparação com o método da rigidez k .

Para trabalhos posteriores pode-se efetuar todo o dimensionamento considerando o método recomendado e comparar seus resultados em tabelas e gráficos, que podem ser apresentadas ao usuário, e deixar que o mesmo escolha o método que deseja efetivamente utilizar para detalhar o pilar. Além disso pode-se rearranjar a planilha de modo a efetuar o cálculo dos efeitos de 2ª ordem também para a direção y , se necessário.

8.6 – Pilares de extremidade

A planilha de cálculo de pilares de extremidade tem a entrada de dados facilitada e apresenta resultados precisos e razoavelmente rápidos. Assim como as planilhas das outras tipologias de pilares é permitido ao usuário fazer análises alterando a seção e os materiais de modo a obter estruturas mais otimizadas.

Para trabalhos futuros pode-se atender as mesmas recomendações que do item 8.4.

9. REFERÊNCIAS

ALVA, Gerson Moacyr Sisniegas; DEBS, Ana Lúcia Homce de Cresce El; GIONGO, José Samuel. **Concreto armado: projeto de pilares de acordo com a NBR 6118:2003**. Disponível em: <[http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/EstruturasConcretoII/Projeto de pilares segundo a NBR 611820](http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/EstruturasConcretoII/Projeto_de_pilares_segundo_a_NBR_611820)>. Acesso em: 1 maio 2017.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010. 1 v.

ARAÚJO, José Milton. Cálculo de vigas. In: ARAÚJO, José Milton. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010. Cap. 5. p. 191-238.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12142**: Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro: Abnt, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14859-1**: Lajes unidirecionais. Rio de Janeiro: Abnt, 2002. 15 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14862**: Armaduras treliçadas eletrosoldadas - Requisitos. Rio de Janeiro: Abnt, 2002. 10 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15575**: Edificações Habitacionais - Desempenho. Rio de Janeiro: Abnt, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739**: Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro: Abnt, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. 3 ed. Rio de Janeiro: Abnt, 2014. 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222**: Argamassa e concreto - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro: Abnt, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480**: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação. Rio de Janeiro: Abnt, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522**: Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro: Abnt, 2008.

BRASILIANSE, Fusco Péricles. **TÉCNICA DE ARMAR AS ESTRUTURAS DE CONCRETO**. São Paulo: Pini, 1995. 382 p.

CARMO, Carla Soraia Leandro do. **Automação de detalhamento de peças padronizadas em concreto armado via CAD e programação orientada a objetos**. 2001. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 3. ed. São Carlos: Edufscar, 2007. 367 p.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**: Segundo a NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos: Edufscar, 2014. 413 p.

FERNANDES, M. **Desenvolvendo Aplicações Poderosas com Excel e VBA**. Florianópolis: Visual Book, 2005.

FORTE, F.D.; FANGEL L.; ARADO F. B. G.; CARVALHO, R. C.; FURLAN JUNIOR, S.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Estudo experimental do espaçamento de escoras em lajes pré-moldadas com nervuras tipo treliça**. In: 42º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2000, Fortaleza, Anais.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de concreto: Solicitações Normais Estados Limites Últimos**: Teoria e Aplicações. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

MAIA, João Paulo Ribeiro. **Otimização estrutural: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta Solver**. 2009. 83 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009

SILVA, Marcos Alberto Ferreira da. **PROJETO E CONSTRUÇÃO DE LAJES NERVURADAS DE CONCRETO ARMADO**. 2005. 239 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, SÃO Carlos, 2005.

APÊNDICES

Apêndice A

- **Cálculo como seção retangular (E.L.U)**
- **Verificações quanto ao esforço cortante**
- **Verificação do ELS-DEF**
- **Resumo e detalhamento simplificado**

Apêndice B – Cálculo de flechas - Carvalho e Figueiredo Filho (2014), p.215

Apêndice C – Levantamento de cargas

Apêndice D – Memória de cálculo viga biapoiada

Apêndice E – Traçado dos diagramas

Apêndice F – Memória de cálculo viga contínua

Apêndice G – Memória de cálculo pilar de centro

Apêndice H – Memória de cálculo pilar de extremidade

Apêndice I – Memória de cálculo pilar de canto

Memória de cálculo - (E.L.U - VIGA RETÂNGULAR)

Memória de cálculo - Armadura de flexão (E.L.U)

1 - Cálculo do momento fletor característico

O momento fletor característico será obtido levantando primeiramente todas as cargas lineares que atuam na vigota. O modelo de cálculo adotado será o de viga bi-apoiada, uma vez que conduz a resultados mais conservadores do que o modelo parcialmente engastada

1.1 Levantamento do peso próprio do concreto

O peso próprio do concreto é obtido pela soma da carga distribuída proveniente da capa com a carga distribuída proveniente do enchimento da vigota

$$g_{pp} = i \cdot h_f + h_{ench} \cdot b_{w,ench}$$

Onde:

i: Intereixo adotado de centro a centro das nervuras [m]

$$i = b_w + L_{ench}$$

$$i \quad \underline{\hspace{1cm} 50 \hspace{1cm}} \text{cm}$$

$$g_{pp'} \quad \underline{\hspace{1cm} 80 \hspace{1cm}} \text{kgf/m}$$

1.2 Levantamento do peso próprio de enchimento

$$V = b_{w,ench} \cdot h_{ench} \cdot C_{ench} / 10^6$$

$$V \quad \underline{\hspace{1cm} 0,0144 \hspace{1cm}} \text{m}^3$$

$$C_{ench} \quad \underline{\hspace{1cm} 30 \hspace{1cm}} \text{cm}$$

$$g_{ench} \quad \underline{\hspace{1cm} 28,56 \hspace{1cm}} \text{kgf/m}$$

1.3 Elementos construtivos em geral

$$g_{const} \quad \underline{\hspace{1cm} 40,500 \hspace{1cm}} \text{kgf/m}$$

1.4 Ação variável

$$q_l \quad \underline{\hspace{1cm} 75,000 \hspace{1cm}} \text{kgf/m}$$

1.5 Peso próprio total da laje acabada

$$G_{pp} \quad \underline{\hspace{1cm} 298,120 \hspace{1cm}} \text{kgf/m}^2$$

Conversões básicas	
1N = 0,1kgf	1Pa = 0,1kgf/m ²
1 kN = 100kgf	1MPa = 0,1kN/cm ²
100kgf = 0,1tf	1MPa = 1N/mm ²
1Pa = 1N/m ²	

Memória de cálculo - (E.L.U - VIGA RETÂNGULAR)

1.6 Momento fletor característico

Carga		Coef	Carga final
gpp'	80	1,40	112
gench	28,56	1,40	39,984
gconst	40,500	1,40	56,7
ql	75,00	1,40	105

TOTAL **224,06** kgf/m **313,7** kgf/m

$$M_d = (g_{pp'} \cdot \gamma_{pp'} + g_{ench} \cdot \gamma_{ench} + g_{const} \cdot \gamma_{const} + q_l \cdot \gamma_q) \cdot \frac{L^2}{8}$$

Md 522,38189 kgf.m

2.0) Levantamento da área de concreto por metro de nervura e volume de concreto por metro de nervura

Considera-se a nervura composta por uma seção T

$$A = b_w \cdot h_{ench} + i \cdot h_f$$

A 320 cm²

$$V = \left(\frac{A}{10^4} \right) \cdot 1m$$

V 0,0320 m³

3.0) Cálculo da armadura de flexão para o estado limite último

Considera-se as nervuras como simplesmente apoiadas em suas extremidades

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \quad \sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad M_d = 1,4M_k \quad \xi = \frac{x}{d} \quad \mu = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd}}$$

$$\delta = \frac{d'}{d}$$

$$d = h - c - 0,5$$

$$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu})$$

Armadura Simples

$$A_s = 0,8 \cdot \xi \cdot b \cdot d \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}}$$

Armadura Dupla

$$A_s = \left(0,8 \cdot \xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta} \right) \cdot b \cdot d \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad A'_s = (\mu - \mu_{lim}) \cdot \frac{b d \sigma_{cd}}{(1 - \delta) \cdot \sigma'_{sd}}$$

3.1 - Cálculo dos parâmetros básicos para o dimensionamento à flexão simples

d 14,10 cm (borda superior até o centróide da armadura positiva)

d 14,30 cm (borda inferior até o centróide da armadura positiva)

f_{cd} 1,43 kN/cm²

σ_{cd} 1,21 kN/cm²

f_{yd} 50,00 kN/cm²

Tabela 3.5.1 - Valores de ξ_{lim} e μ_{lim}
(para análise linear sem redistribuição de esforços)

Concreto	$f_{ck} \leq 35$ MPa	$f_{ck} > 35$ MPa
ξ_{lim}	0,45	0,35
μ_{lim}	0,2952	0,2408

Fonte: ARAÚJO (2010)

Memória de cálculo - (E.L.U - VIGA RETÂNGULAR)

M_k 373,13 kN.cm

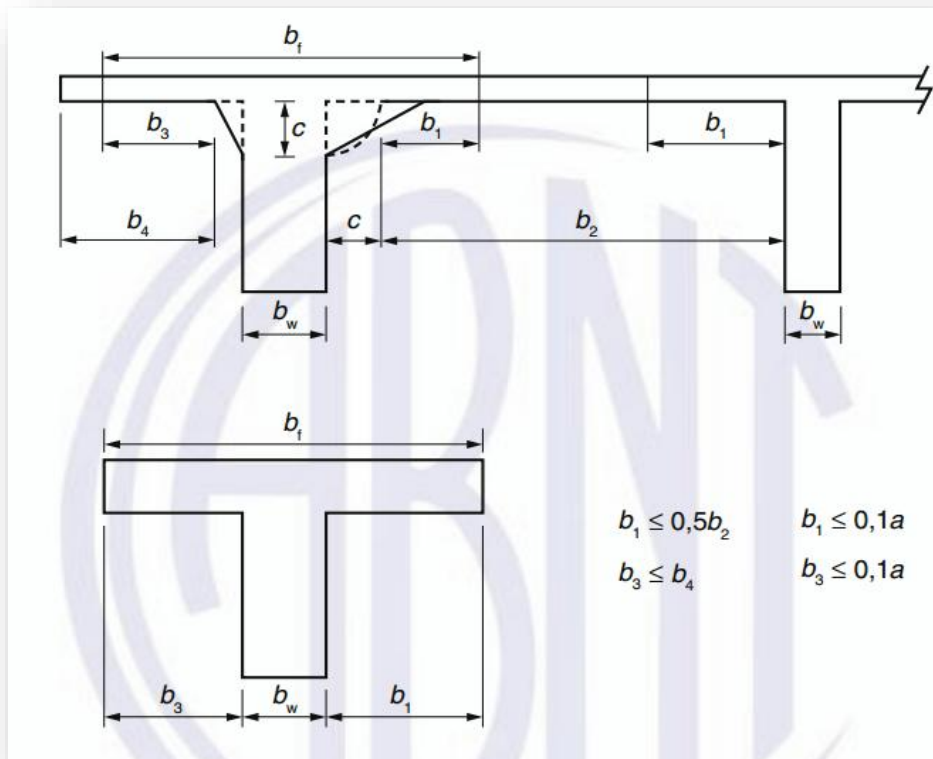
ξ_{lim} 0,45

μ_{lim} 0,2952 MPa

M_{lim} 712,65 kN.cm

3.2 Cálculo da largura colaborante

O cálculo da largura colaborante é feito mediante a figura 14.2 da ABNT NBR 6118:14



Para a verificação da nervura central de cálculo implica-se que $b_3 = b_1$. Além disso b_3 deve ser menor ou igual ao maior valor entre a metade da aba líquida (sem a alma) e $0,1.a$. Onde a é função da

$$b_f \leq b_w + 2b_3$$

$$b_4 = \frac{i - b_w}{2}$$

b_4 20,0 cm

$$b_3 \leq \min(b_4; 0,1.a)$$

Memória de cálculo - (E.L.U - VIGA RETÂNGULAR)

0,1.a 36,5 cm item 14.6.2.2 estabelece que para vigas simplesmente apoiadas $a = L$

Logo b_3 é;

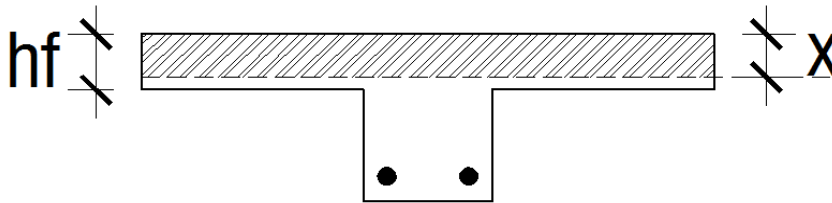
b_3 20,0 cm

Portanto b_f é:

b_f 50,0 cm Igual ao entreixo

A_{conc} 320 cm²

3.3 Cálculo da posição da linha neutra (hipótese de seção retangular).



A condição esperada para o cálculo como seção retangular é que a posição da linha neutra seja inferior a altura da capa de concreto

3.3.1 - Verificação da hipótese adotada

μ 0,0433 $x = \xi \cdot d$

ξ 0,0553

x 0,7800 cm h_f 4,0000 cm

$0,8x$ 0,6240 cm

OBS.: Confirma o cálculo como seção retangular uma vez que 80% da posição da linha neutra encontra-se dentro da espessura da capa de concreto $< h_f$.

3.4 - Verificação do domínio de deformação e da necessidade de armadura dupla

Conhecida a posição de linha neutra, obtém-se o domínio de deformação.

x_{23} 3,6519 cm x_{34lim} 6,3450 cm x 0,7800 cm

A seção encontra-se no domínio 2

Memória de cálculo - (E.L.U - VIGA RETÂNGULAR)

μ 0,0433

μ_{lim} 0,2952

Condição
Armadura Simples

3.5 - Cálculo da armadura de flexão

δ 0,12

A_s 0,87 cm²

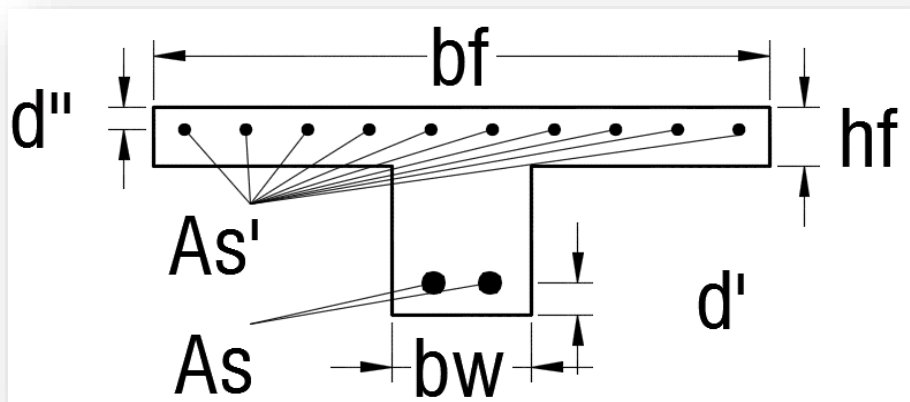
$A_{s'}$ 0,00 cm²

OBS.: Para o cálculo da armadura dupla é necessário obter a tensão na armadura de compressão que é dada por:

$$\sigma'_{sd} = \frac{20.000 \text{ kN}}{\text{cm}^2} \cdot \varepsilon'_{sd} \leq f_{yd} \quad \varepsilon'_{sd} = 0,35\% \cdot \frac{\xi_{lim} - \delta}{\xi_{lim}} \leq \varepsilon_{yd}$$

ε'_{sd} 0,26%

σ'_{sd} 51,25 kN/cm²



RESUMO PARCIAL E.L.U

A_s	0,871 cm ²
$A_{s'}$	0 cm ²
b_w	10 cm
b_f	50 cm
d'	1,9 cm
d''	1,7 cm
A_{sreal}	1,317 cm ²
ϕ_{inf}	8 mm
ϕ_{adc}	6,3 mm

2x

3.6 - Cálculo da armadura de distribuição e verificação da armadura mínima

É importante notar que a armadura de distribuição pode ser superior a eventual armadura de compressão calculada, caso isso aconteça, adota-se o maior valor. A armadura de distribuição serve para realizar a correta distribuição dos carregamentos para a direção das vigotas. Sua utilização pode-se dar em malhas ou em barras amarradas e devidamente ancoradas.

Tabela 3.11.1 - Taxas mínimas da armadura de flexão ρ_{min} (%)

AÇO	f_{ck} (MPa)						
	20	25	30	35	40	45	50
CA-50	0,15	0,15	0,17	0,19	0,21	0,23	0,25
CA-60	0,15	0,15	0,15	0,16	0,18	0,19	0,20

Fonte: Araújo (2010) p.125

3.6.1 - Verificação da armadura mínima

Memória de cálculo - (E.L.U - VIGA RETÂNGULAR)

Posição	ρ_{min}	Ac	Asmin [cm²]	As [cm²]	As-calc [cm²]
Sup.	0,15%	320	0,48	0,00	0,00
Inf.	0,15%	320	0,48	0,87	0,87

Não é necessário, pois há armadura de distribuição

3.6.2 - Cálculo da armadura de distribuição

O item 19.3.3.2 da NBR 6118/14 estabelece que a armadura de distribuição em lajes armadas em uma direção para armaduras passivas aderentes deve ser no mínimo o menor valor que satisfaz as seguintes desigualdades:

$$\frac{A_s}{s} \geq [20\% \cdot A_s ; \frac{0,9 \text{ cm}^2}{m}] \text{ para } \rho_s \geq 0,5 \rho_{min}$$

$$0,2 \cdot A_s \quad 0,17 \text{ cm}^2 \quad 0,2 \cdot A_s / b_f \quad 0,35 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$0,5 \rho_{min} \quad 0,08\% \quad 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$0,5 \rho_{lim} \cdot A_c / b_f \quad 0,48 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sd} / s \quad 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

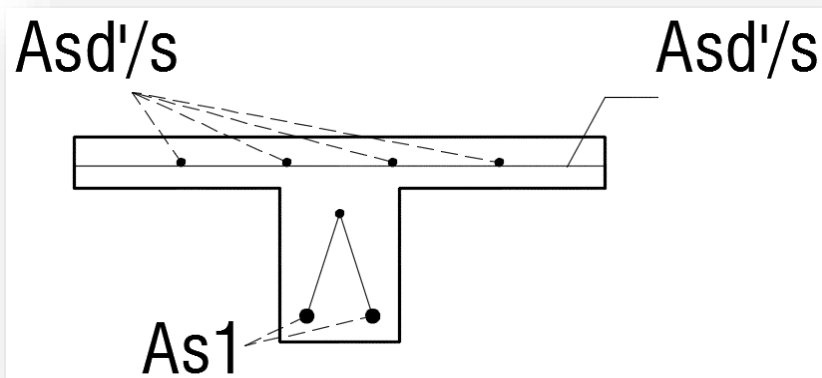
3.6.3 - Verificação se a armadura de compressão é superior a de distribuição

$$A_s' / b_f \quad 0,00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sd} / s \quad 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Verificação 01 - ELU	
OBS	Passou

Portanto adota-se 0,9 cm²/m para a distribuição nas duas direções



RESUMO E.L.U

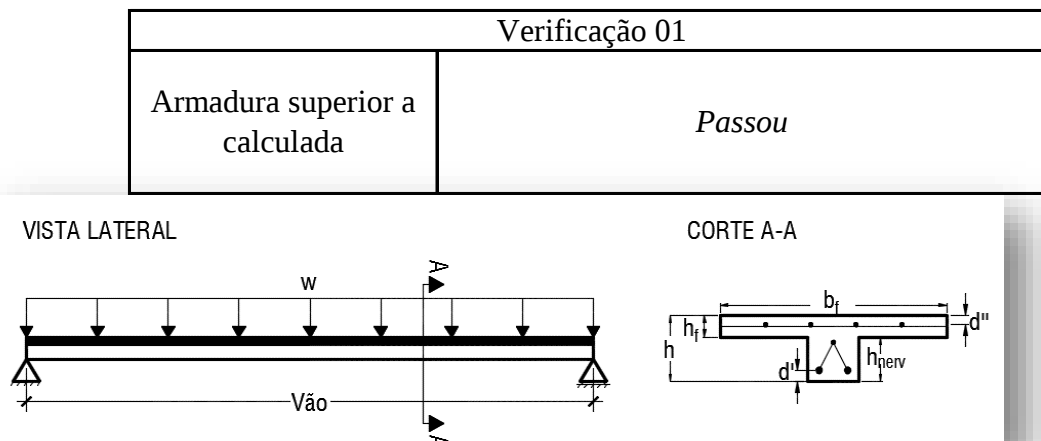
A_{scal}	0,87 cm²
A_{sreal}	1,317 cm²
A_s'	0 cm²
A_{sd}'/s	0,90 cm²/m
b_w	10 cm
b_f	50 cm
d'	1,9 cm
d''	1,7 cm

Memória de cálculo - Relatório Final

Resultados finais do dimensionamento da nervura

1.0) Fôrmas e carregamentos para E.L.U

vão	3,65 m
b_f	50 cm
h_f	4 cm
h_{nerv}	12 cm
h	16 cm
d'	1,90 cm
d''	1,70 cm
w	224 kgf/m
w_d	314 kgf/m

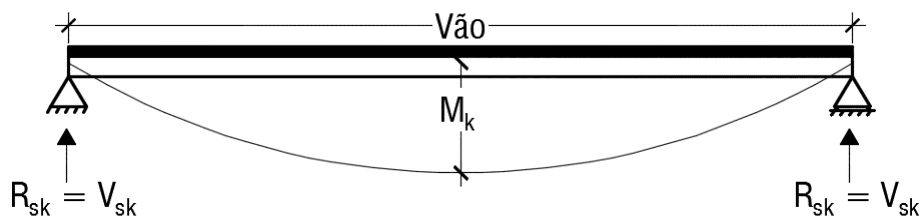


2.0) Diagramas resumidos

M_k	373,1 kgf.m
M_d	522 kgf.m
V_{sk}	4,1 kN
V_{sd}	5,7 kN
V_{Rd1}	8,9 kN

Verificação 02	
Necessidade de armadura transversal	Passou
Verificação 03	
Compressão diagonal do concreto (bielas comprimidas)	Passou

RESUMO DOS DIAGRAMAS



3.0) Flechas

Combinação	Flecha
Permanente	0,51 cm
Quase permanente	0,68 cm
Rara	1,04 cm

Efeitos da fluência + contraflecha	
Combinação	Flecha
Quase permanente	0,63 cm

Contra-flecha
1,04 cm

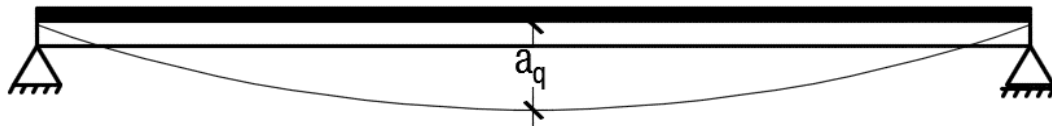
Memória de cálculo - Relatório Final

3.1 - Flecha devido a carga acidental

a_q	0,52 cm
a_{qlim}	1,04 cm

Verificação 04	
Flecha devido a carga acidental	<i>Passou</i>

FLECHA DEVIDO A CARGA ACIDENTAL

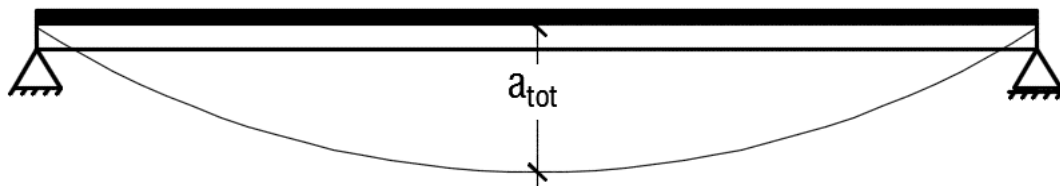


3.2 - Flecha devido a combinação quase permanente acrescida de fluência no tempo infinito

a_{tot}	0,63 cm	c/ contraflecha
a_{tot}	1,67 cm	s/ contraflecha
a_{totlim}	1,46 cm	

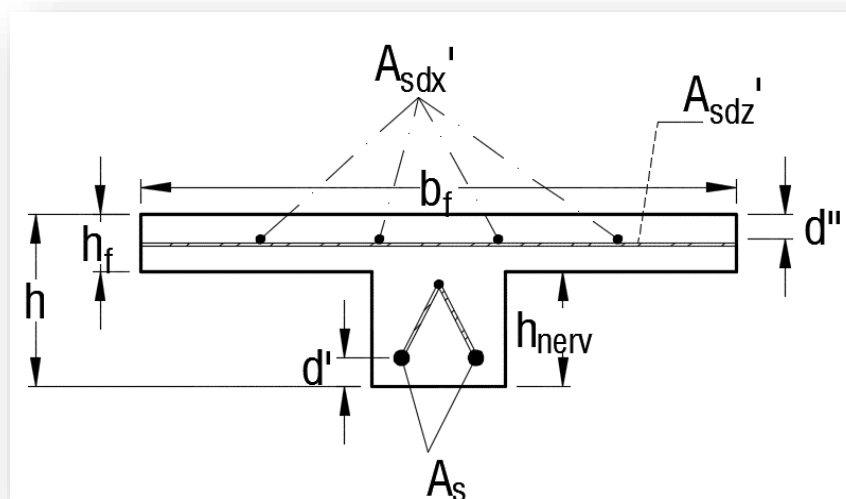
Verificação 05	
Flecha total para combinação quase permanente + fluência	<i>Passou</i>

FLECHA NO TEMPO INFINITO



4) Detalhamento da seção mais solicitada

A_{sreal}	1,32 cm ²
A_{sdx}'	0,90 cm ² /m
A_{sdz}'	0,90 cm ² /m
h	16 cm
h_f	4 cm
h_{nerv}	12 cm
d'	1,90 cm
d''	1,70 cm
a_{cf}	1,04 cm
2 ϕ de 8mm - inferior	
1 ϕ de 6,3mm - adicional	



Situação Final: *Todas as verificações foram satisfeitas e portanto a laje é segura.*

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-def)

1.0) Dados de entrada

b_f 50 cm

b_w 10 cm

h_f 4 cm

h 16 cm

h_2 12 cm

A_{sreal} 1,317 cm²

$A_{s'}$ 0,000 cm²

d'' 1,7 cm

d 14,1 cm

Vão 3,65 m

A_{conc} 320 cm²

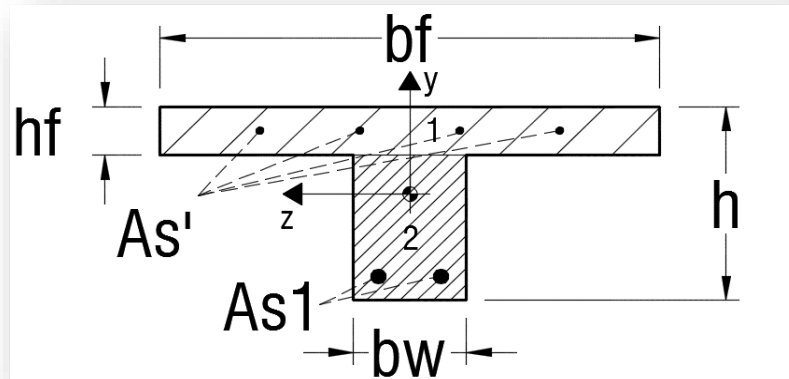
g_1 1,600 kN/m²

g_2 0,810 kN/m²

g_3 0,571 kN/m²

q 1,500 kN/m²

t_0 14 dias



Centro da armadura comprimida até a a face superior

2.0) Características geométricas no estágio I - seção bruta

$$Y_{cg} = 5 \text{ cm} \quad Y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g}$$

$$I_{lg} = 0,0000651 \text{ m}^4 \quad I_{lg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

3.0) Características da seção geométrica no estágio II puro

Todo concreto da região fisurada é desprezado. Os esforços de tração são resistidos apenas pela armadura localizada abaixo da linha neutra. Há uma relação linear entre tensão e deformação específica no concreto para todos os pontos da seção transversal

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

Carvalho (2014), p.195

3.1) Cálculo da razão modular

$$E_{cs} = 21287 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = 9,8650$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210.000}{\left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}}$$

3.2) Solução da equação quadrática da posição da linha neutra no estágio II puro

A primeira tentativa é supondo a seção como seção retangular de base b_f . Logo $b_w = b_f$ e alguns termos se anulam

$$a_1 = 25,0 \text{ cm}$$

$$a_1 = \frac{b_w}{2}$$

$$a_2 = 13,0 \text{ cm}^3$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -183,19 \text{ cm}^3$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A'_s - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w)$$

$$x_{II} = 2,460 \text{ cm}$$

$$x_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

OBS.:	Portanto a hipótese inicial adotada (seção retangular) é verdadeira
-------	---

3.3) Cálculo considerando a seção como T

Os cálculos abaixo são apenas ilustrativos pois a seção comporta-se como retangular

$$a_1 = 5,0 \text{ cm}$$

$$a_2 = 173,0 \text{ cm}^3$$

$$a_3 = -503,19 \text{ cm}^3$$

$$x_{II} = 2,698 \text{ cm}$$

3.4) Cálculo do momento de inércia para o estágio II puro

$$x_{II} = 2,460 \text{ cm}$$

Seção retangular

$$I_{z,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2$$

Seção T

$$I_{z,II_0} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2$$

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

OBS.:	A seção comporta-se como retangular, portanto utiliza-se a primeira equação
-------	---

$$I_{z,II0} \quad \underline{\underline{0,0000201}} \text{ m}^4$$

4.0) Cálculo das flechas para as diversas combinações

As flechas para as diversas combinações (variando p) são dadas pela expressão abaixo onde:

$$a = \frac{5 \cdot p \cdot l^4}{384 \cdot E_{cs} \cdot I_m}$$

I_m : é a inércia média de Branson, dada pela seguinte expressão:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^3 \cdot I_{Ig} + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^3 \right] \cdot I_{z,II0}$$

4.1) Cálculo do momento de fissuração para as combinações

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t}$$

α = 1,2 para seções em forma de T ou duplo T

α = 1,3 para seções I ou T invertido

α = 1,5 para seções retangulares

$$\alpha \quad \underline{\underline{1,2}}$$

Pois para o momento M_r a seção é retangular

$$f_{ctm} \quad \underline{\underline{2210,42}} \text{ kN/m}^2$$

$$M_r \quad \underline{\underline{1,57}} \text{ kN.m}$$

4.2) Cálculo das cargas atuantes por metro de nervura

g_1 : Peso próprio

g_2 : Enchimento

g_3 : Elementos construtivos em geral

q : Ação variável (sobrecarga)

$$p_1 = (g_1 + g_2 + g_3) \cdot b_f$$

$$p_2 = (g_1 + g_2 + g_3 + 0,3 \cdot q) \cdot b_f$$

$$p_3 = (g_1 + g_2 + g_3 + q) \cdot b_f$$

$$g_1 \quad \underline{\underline{1,600}} \text{ kN/m}^2$$

$$g_2 \quad \underline{\underline{0,810}} \text{ kN/m}^2$$

$$g_3 \quad \underline{\underline{0,571}} \text{ kN/m}^2$$

$$q \quad \underline{\underline{1,500}} \text{ kN/m}^2$$

4.2.1 - Combinação permanente

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

p_1 _____ 1,4906 kN/m

4.2.2 - Combinação quase permanente

p_2 _____ 1,7156 kN/m

4.2.3 - Combinação rara

p_3 _____ 2,2406 kN/m

4.3) Definição dos parâmetros limites para as flechas

Para a totalidade das cargas as flechas serão limitadas à: $l/250$

Para a carga acidental flechas serão limitadas à: $l/350$

4.4) Cálculo das flechas para as combinações

Ação	p (kN/m)	$M_{at} = M_{máx}$ (kN.m)	$M_r/M_{máx}$	$I_m (m^4)$	p/I_m	a (cm)
Permanente	1,4906	2,48	0,632	3,14435E-05	47406	0,51
Quase permanente	1,7156	2,86	0,549	2,75349E-05	62306	0,68
Rara	2,2406	3,73	0,420	2,34291E-05	95633	1,04

Portanto a flecha devida a carga acidental é dada pela diferença entre a carga total (combinação rara) e a carga permanente

a_q _____ 0,52 cm

4.5) Verificação da flecha devido a carga acidental

O limite imposto pela norma é de:

a_{lim} _____ 1,04 cm

OBS.:	Passou
-------	--------

5.0) Determinação da fluência

Para o cálculo do efeito da fluência será considerada a combinação quase permanente

5.1) Data de análise

t_0 _____ 0,47 meses Retirada do escoramento

5.2) Cálculo dos coeficientes em função do tempo

$$\xi(t) = [0,68.0,996^t.t^{0,32} \text{ se } t \leq 70 \text{ meses ou } 2]$$

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

ξ_{t0} _____ 0,53 _____

$\xi_{t\infty}$ _____ 2,00 _____

5.3) Cálculo de ρ'

$$\rho' = \frac{A_s'}{b_w \cdot d}$$

ρ' _____ 0,000 _____

5.3) Cálculo do coeficiente α_f

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

α_f _____ 1,47 _____

6.0) Cálculo da flecha total

O cálculo da flecha total no tempo infinito será a flecha devida a carga obtida pela combinação quase permanente multiplicada por $(1 + \alpha_f)$

$\alpha_{tot, \infty}$ _____ 1,67 _____ cm

6.1) Verificação da flecha total no tempo infinito

O limite imposto pela norma é de:

$a_{lim, \infty}$ _____ 1,46 _____ cm

OBS.:	Não passou
-------	------------

6.2) Obtenção da máxima contraflecha que a norma permite:

Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas; entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $l/350$

a_{cf} _____ 1,04 _____ cm

$a_{lim, \infty}$ _____ 1,46 _____ cm

$\alpha_{tot, \infty}$ _____ 1,67 _____ cm

$\alpha_{tot-final, \infty} = \alpha_{tot, \infty} - a_{cf} =$ _____ 0,63 _____

OBS.:	Passou
-------	--------

Memória de cálculo - Verificações ao cisalhamento

Memória de cálculo - Verificação ao cisalhamento

Item 13.2.4.2 NBR 6118/14

- a) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa e para verificação do cisalhamento na região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje
- b) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65cm e 110cm, exige-se a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90cm e a largura média das nervuras maior que 12cm
- c) para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura

1.0) Dados de entrada

Viga calculada como retangular

i 50 cm

fck 20 cm

b_w 10 cm

d 14,1 cm

A_{s_{real}} 1,32 cm²

2.0) Verificação ao cisalhamento

Como a laje possui entreixo menor ou igual a 65cm, a laje pode prescindir de armadura transversal para resistir as tensões causadas pelo esforço cortante se:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1}$$

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d$$

Onde:

k é um coeficiente que é igual a 1 quando 50% da armadura inferior não chega ao apoio, se não, k é igual à:

$$k = |1,6 - d| \quad d[m] \quad k \geq 1$$

k 1,459 considera-se para a armadura de flexão mais de 50% da armadura chegando ao apoio

ρ_1 é a taxa de armadura da seção considerada, que não deve ser superior a 0,02 e é dado por:

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02$$

ρ_1 0,009

Memória de cálculo - Verificações ao cisalhamento

$$\tau_{Rd} \quad 0,0276 \text{ kN/cm}^2 \quad \tau_{Rd} = 0,25 \cdot \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} ; f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

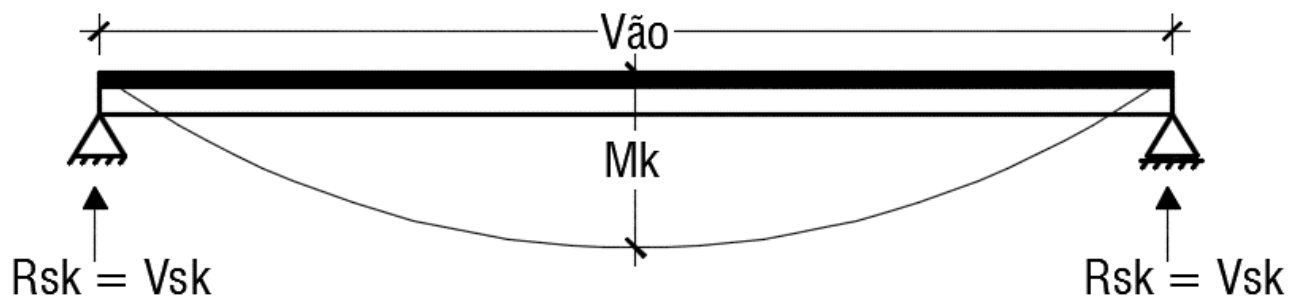
$$V_{sk} \quad 4,1 \text{ kN} \quad \text{viga bi apoiada } V_k = 4 \cdot M_k / L$$

$$V_{sd} \quad 5,7 \text{ kN}$$

$$V_{Rd1} \quad 8,94 \text{ kN}$$

OBS.:

Passou



2.1 - Verificação da diagonal do concreto (bielas comprimidas)

Em elementos sem armadura de cisalhamento esta verificação é feita comparando o esforço cortante solicitante de cálculo com a resistência de cálculo.

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad V_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{v1} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d \quad \alpha_{v1} = (0,7 - f_{ck}/200) \leq 0,5 \quad f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$$

$$\alpha_{v1} \quad 0,50$$

$$f_{cd} \quad 14285,71 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{Rd2} \quad 45,32 \text{ kN}$$

$$V_{sd} \quad 5,72 \text{ kN}$$

OBS.:

Passou

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-def)

1.0) Dados de entrada

b_f 50 cm

b_w 10 cm

h_f 4 cm

h 16 cm

h_2 12 cm

A_s 3,615 cm²

$A_{s'}$ 0,000 cm²

d'' 2,1 cm

d 13,9 cm

Vão 5 m

A_{conc} 320 cm²

g_1 1,600 kN/m²

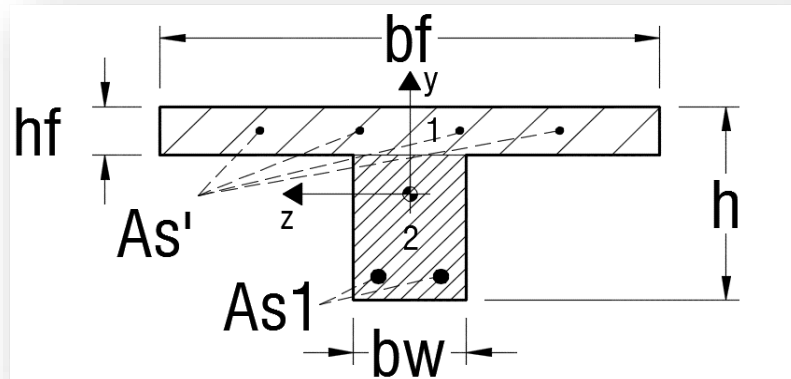
g_2 1,500 kN/m²

g_3 0,000 kN/m²

q 4,000 kN/m²

t_0 14 dias

f_{ck} 20 MPa



Centro da armadura comprimida até a face superior

2.0) Características geométricas no estágio I - seção bruta

$$Y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g}$$

$$I_{Ig} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

3.0) Características da seção geométrica no estágio II puro

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

Todo concreto da região fisurada é desprezado. Os esforços de tração são resistidos apenas pela armadura localizada abaixo da linha neutra. Há uma relação linear entre tensão e deformação específica no concreto para todos os pontos da seção transversal

Carvalho (2014), p.195

3.1) Cálculo da razão modular

$$E_{cs} \quad \underline{\quad 21287 \quad} \text{MPa}$$

$$\alpha_e \quad \underline{\quad 9,8650 \quad}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210.000}{\left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}}$$

3.2) Solução da equação quadrática da posição da linha neutra no estágio II puro

A primeira tentativa é supondo a seção como seção retangular de base b_f . Logo $b_w = b_f$ e alguns termos se anulam

$$a_1 \quad \underline{\quad 25,0 \quad} \text{cm}$$

$$a_1 = \frac{b_w}{2}$$

$$a_2 \quad \underline{\quad 35,7 \quad} \text{cm}^3$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 \quad \underline{\quad -495,70 \quad} \text{cm}^3$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A'_s - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w)$$

$$x_{II} \quad \underline{\quad 3,796 \quad} \text{cm}$$

$$x_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

OBS.:	Portanto a hipótese inicial adotada (seção retangular) é verdadeira
-------	---

3.3) Cálculo considerando a seção como T

Os cálculos abaixo são apenas ilustrativos pois a seção comporta-se como retangular

$$a_1 \quad \underline{\quad 5,0 \quad} \text{cm}$$

$$a_2 \quad \underline{\quad 195,7 \quad} \text{cm}^3$$

$$a_3 \quad \underline{\quad -815,70 \quad} \text{cm}^3$$

$$x_{II} \quad \underline{\quad 3,800 \quad} \text{cm}$$

3.4) Cálculo do momento de inércia para o estágio II puro

$$x_{II} \quad \underline{\quad 3,796 \quad} \text{cm}$$

Seção retangular

$$I_{z,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2$$

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

Seção T

$$I_{z,II_0} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2$$

OBS.:	A seção comporta-se como retangular, portanto utiliza-se a primeira equação
-------	---

$$I_{z,II_0} \quad 0,0000455 \text{ m}^4$$

4.0) Cálculo das flechas para as diversas combinações

As flechas para as diversas combinações (variando p) são dadas pela expressão abaixo onde:

$$a = \frac{5 \cdot p \cdot l^4}{384 \cdot E_{cs} \cdot I_m}$$

I_m : é a inércia média de Branson, dada pela seguinte expressão:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^3 \cdot I_{Ig} + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^3\right] \cdot I_{z,II_0}$$

4.1) Cálculo do momento de fissuração para as combinações

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t}$$

α = 1,2 para seções em forma de T ou duplo T

α = 1,3 para seções I ou T invertido

α = 1,5 para seções retangulares

$$\alpha \quad 1,2$$

Pois para o momento M_r a seção é retangular

$$f_{ctm} \quad 2210,42 \text{ kN/m}^2$$

$$M_r \quad 1,57 \text{ kN.m}$$

4.2) Cálculo das cargas atuantes por metro de nervura

g_1 : Peso próprio

g_2 : Enchimento

g_3 : Elementos construtivos em geral

q : Ação variável (sobrecarga)

$$p_1 = (g_1 + g_2 + g_3) \cdot b_f$$

$$p_2 = (g_1 + g_2 + g_3 + 0,3 \cdot q) \cdot b_f$$

$$p_3 = (g_1 + g_2 + g_3 + q) \cdot b_f$$

$$g_1 \quad 1,600 \text{ kN/m}^2$$

$$g_2 \quad 1,500 \text{ kN/m}^2$$

$$g_3 \quad 0,000 \text{ kN/m}^2$$

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

$$q = 4,000 \text{ kN/m}^2$$

4.2.1 - Combinação permanente

$$p_1 = 1,55 \text{ kN/m}$$

4.2.2 - Combinação quase permanente

$$p_2 = 2,15 \text{ kN/m}$$

4.2.3 - Combinação rara

$$p_3 = 3,55 \text{ kN/m}$$

4.3) Definição dos parâmetros limites para as flechas

Para a totalidade das cargas as flechas serão limitadas a: $l/250$

Para a carga acidental flechas serão limitadas a: $l/350$

4.4) Cálculo das flechas para as combinações

Ação	p (kN/m)	$M_{at} = M_{m\acute{a}x}$ (kN.m)	$M_r/M_{m\acute{a}x}$	$I_m \text{ (m}^4\text{)}$	p/I_m	a (cm)
Permanente	1,55	4,84	0,324	4,61883E-05	33558	1,28
Quase permanente	2,15	6,72	0,234	4,5773E-05	46971	1,80
Rara	3,55	11,09	0,141	4,55794E-05	77886	2,98

Portanto a flecha devida a carga acidental é dada pela diferença entre a carga total (combinação rara) e a carga permanente

$$a_q = 1,69 \text{ cm}$$

4.5) Verificação da flecha devido a carga acidental

O limite imposto pela norma é de:

$$a_{lim} = 1,43 \text{ cm}$$

OBS.:	Não passou
-------	------------

5.0) Determinação da fluência

Para o cálculo do efeito da fluência será considerada a combinação quase permanente

5.1) Data de análise

$$t_0 = 0,47 \text{ meses} \quad \text{Retirada do escoramento}$$

Memória de cálculo - Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

5.2) Cálculo dos coeficientes em função do tempo

$$\xi(t) = [0,68.0,996^t.t^{0,32} \text{ se } t \leq 70 \text{ meses ou } 2]$$

$$\xi_{t0} \quad \underline{\quad 0,53 \quad}$$

$$\xi_{t\infty} \quad \underline{\quad 2,00 \quad}$$

5.3) Cálculo de ρ'

$$\rho' = \frac{A_s'}{b_w \cdot d}$$

$$\rho' \quad \underline{\quad 0,000 \quad}$$

5.3) Cálculo do coeficiente α_f

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\alpha_f \quad \underline{\quad 1,47 \quad}$$

6.0) Cálculo da flecha total

O cálculo da flecha total no tempo infinito será a flecha devida a carga obtida pela combinação quase permanente multiplicada por $(1 + \alpha_f)$

$$\alpha_{\text{tot}, \infty} \quad \underline{\quad 4,43 \quad} \text{cm}$$

6.1) Verificação da flecha total no tempo infinito

O limite imposto pela norma é de:

$$a_{\text{lim}, \infty} \quad \underline{\quad 2,00 \quad} \text{cm}$$

OBS.:	Não passou
-------	------------

6.2) Obtenção da máxima contraflecha que a norma permite:

Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas; entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $l/350$

$$a_{\text{cf}} \quad \underline{\quad 1,43 \quad} \text{cm}$$

$$a_{\text{lim}, \infty} \quad \underline{\quad 2,00 \quad} \text{cm}$$

$$\alpha_{\text{tot}, \infty} \quad \underline{\quad 4,43 \quad} \text{cm}$$

$$\alpha_{\text{tot-final}, \infty} = \alpha_{\text{tot}, \infty} - a_{\text{cf}} = \underline{\quad 3,00 \quad}$$

OBS.:	Não passou
-------	------------

Pré dimensionamento de lajes e reações nas vigas e pilares

Cálculo baseado em Carvalho (2014) p.103

1.0) Dados de entrada

Voltar para o cálculo
de vigas bi-apoiadas

1.1 - Revestimento

γ_{g2} 18 kN/m³ NBR 6120

Espessura 0,04 m

1.2 - Carga accidental

Local Residências - dormitório, copa, cozinha banheiro

q 1,5 kN/m²

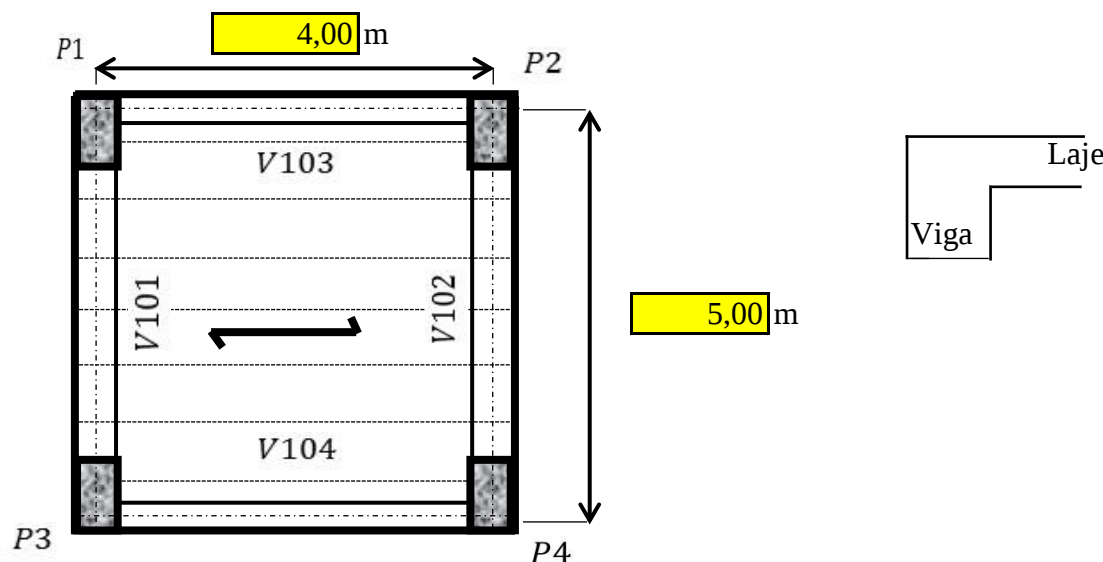
1.3 - Cálculo de p

$$p = \gamma_{g2} \times \text{Espessura} + q$$

p 2,22 kN/m²

1.4 - Pré dimensionamento da laje

Inserir dimensões da laje em estudo considerada simplesmente apoiada



Memória de cálculo - Pré dimensionamento e levantamento de cargas

Resultados Parciais

l_x 4 m

l_y 5 m

*Procura-se a laje em uma tabela de Carvalho
(2014)*

Altura da laje 12 Laje $\beta 12$

Capa hf 4 cm

Gpp 1,41 kN/m²

2) Cálculo das reações nas vigas de borda V101 e V102 pelo **processo simplificado**

Considera-se as vigas 101 e 102 recebendo metade da totalidade da carga e as vigas 103 e 104 metade de 25% da carga, assim:

2.1 - Carga total e Carga acidental

Carga total = Gpp + p

Carga total 3,63 kN/m²

2.2 - Carga linearmente distribuída nas vigas suporte pelo processo simplificado

Para as vigas 101 e 102, a carga linearmente distribuída pode ser dada por:

$P_k = \text{Carga total} \times l_x \times l_y / 2 \times l_y$

P_{kv101} 7,26 kN/m

P_{kv102} 7,26 kN/m

2.3 - Carga linearmente distribuída nas vigas paralelas as vigotas pelo processo simplificado

Já para as vigas 103 e 104, a carga linearmente distribuída pode ser dada por;

$P_k = \text{Carga total} \times 0,25 \times l_x \times l_y / 2 \times l_x$

P_{kv103} 2,27 kN/m

P_{kv104} 2,27 kN/m

3) Cálculo das reações pelo processo racional - Carvalho pg. 104

$\lambda = l_y / l_x$

Memória de cálculo - Pré dimensionamento e levantamento de cargas

λ 1,25

3.1 - Cálculo das reações nas vigas suporte

$$P_k = [(58 + 17\lambda) p \cdot L_x / 200]$$

P_{kv101} 5,75 kN/m

P_{kv102} 5,75 kN/m

3.2 - Cálculo das reações nas vigas paralelas as vigotas

$$P_k = [(42 - 17\lambda) p \cdot L_y / 200]$$

P_{kv103} 1,88 kN/m

P_{kv104} 1,88 kN/m

3.3 - Verificação da carga total da laje

Carga total na laje = Carga total x L_x x L_y

C_{total} 72,60 kN

Soma das ações nas vigas = $P_{kv101} \times 2 \times l_y + P_{kv103} \times 2 \times L_x$

Soma 72,60 kN

Verificação **OK**

4) Comparação das cargas nas vigas pelo método simplificado e pelo método racional em kN/m

VIGA	Simp.	Racional	Máximo	Mínimo	Média	Adotado
V101	7,26	5,75	7,26	5,75	6,51	7,26
V102	7,26	5,75	7,26	5,75	6,51	7,26
V103	2,27	1,88	2,27	1,88	2,08	2,27
V104	2,27	1,88	2,27	1,88	2,08	2,27

Preencher

Possibilidade de se dimensionar com uma carga maior ou menor

5) Cálculo das reações nos pilares

5.2 - Reações que as vigas 101 e 102 transmitem aos pilares P1, P2, P3 e P4

Admitindo-se viga bi-apoiada, deve-se primeiramente obter as dimensões da viga.

Um processo usual é fixar a base b_w da viga e pre-dimensionar a altura da viga pela expressão fornecida pela NBR 6118/80

b_w 14 cm

Preencher

Largura das vigas suporte

Memória de cálculo - Pré dimensionamento e levantamento de cargas

5.2.1 - Pré dimensionamento da altura útil

$$d \geq \frac{l}{\psi_2 \cdot \psi_3}$$

Onde: d é a altura útil da viga e os dois fatores dependem da vinculação da viga e do aço utilizado e l é o vão teórico da viga

Admitindo-se vinculação bi-apoiada e aço CA-50:

$$\psi_2 = 1,0$$
$$\psi_3 = 17$$

Para outras configurações, verificar a NBR 6118/14

$$d = 29 \text{ cm}$$

Para calcular a altura da viga, deve-se adotar um cobrimento

$$c = 3,0 \text{ cm} \quad \text{Preencher} \quad \text{Função da CAA}$$

Portanto a altura da viga é a altura útil mais o cobrimento, arredondado para múltiplo de 5

$$h = 35 \text{ cm} \quad h_{\text{adotado}} = 40 \text{ cm} \quad \text{Preencher}$$

5.3 - Cargas atuantes na viga

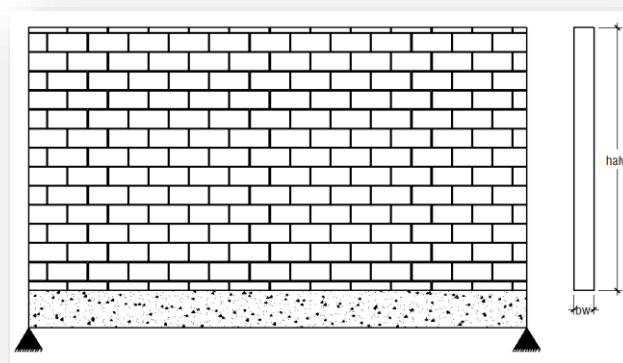
As cargas atuantes são o peso próprio da viga, reações da laje e eventualmente algum parapeito ou alvenaria que se apoia na viga.

5.3.1 - Carga de peso próprio

$$g_1 = \gamma_c \cdot b_w \cdot h$$
$$g_1 = 1,40 \text{ kN/m}$$

5.3.2 - Carga de parapeito ou alvenaria apoiante, sem considerar aberturas

$$h_{\text{alv}} = 2,80 \text{ m}$$
$$\gamma_{\text{alv}} = 18,0 \text{ kN/m}^3 \quad \text{NBR 6120}$$
$$b_{w,\text{alv}} = 14 \text{ cm}$$
$$g_2 = b_{w,\text{alv}} \cdot h_{\text{alv}} \cdot \gamma_{\text{alv}}$$
$$g_2 = 7,06 \text{ kN/m}$$



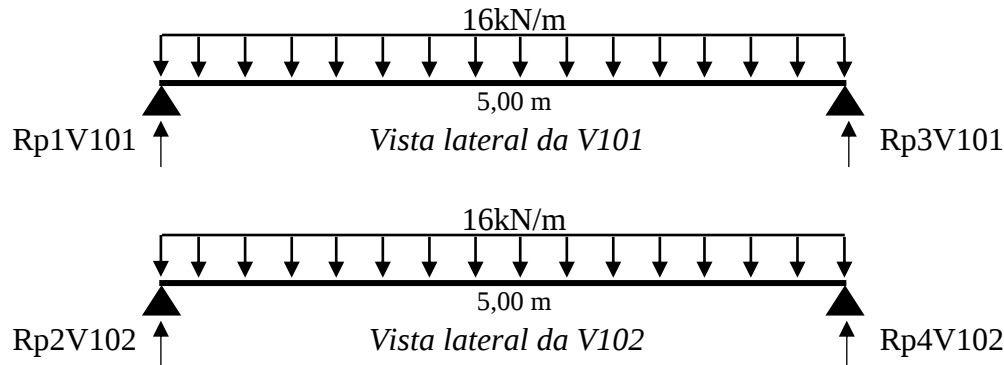
5.4 - Resumo das cargas atuantes na viga 101 = 102

PP viga	1,40 kN/m
---------	-----------

Memória de cálculo - Pré dimensionamento e levantamento de cargas

PP alv	7,056	kN/m
Reação da laje	7,26	kN/m
Total	15,72	kN/m

Total adotado **16** kN/m
Preencher



$$R_{p1V101} = wL/2 = R_{p3V101} = R_{p2V102} = R_{p4V102}$$

$$R_{p1V101} = \underline{40,00} \text{ kN}$$

$$R_{p3V101} = \underline{40,00} \text{ kN}$$

$$R_{p2V102} = \underline{40,00} \text{ kN}$$

$$R_{p4V102} = \underline{40,00} \text{ kN}$$

5.5 - Reações que as vigas 103 e 104 transmitem aos pilares P1 e P3 e P2 e P4

Admitindo-se viga bi-apoiada, deve-se primeiramente obter as dimensões da viga.

Um processo usual é fixar a base b_w da viga e pre-dimensionar a altura da viga pela expressão fornecida pela NBR 6118/80

$$b_w = \underline{14} \text{ cm} \quad \text{Preencher}$$

5.5.1

$$d \geq \frac{l}{\psi_2 \cdot \psi_3}$$

Onde: d é a altura útil da viga e os dois fatores dependem da vinculação da viga e do aço utilizado e l é o vão teórico da viga

Admitindo-se vinculação bi-apoiada e aço CA-50:

$$\psi_2 = \underline{1,0}$$

$$\psi_3 = \underline{17}$$

Memória de cálculo - Pré dimensionamento e levantamento de cargas

d 29 cm

Para calcular a altura da viga, deve-se adotar um cobrimento

c 3,0 cm Preencher

Portanto a altura da viga é a altura útil mais o cobrimento, arredondado para múltiplo de 5

h 35 cm h_{adotado} 40 cm
Preencher

5.6 - Cargas atuantes na viga

As cargas atuantes são o peso próprio da viga, reações da laje e eventualmente algum parapeito ou alvenaria que se apoia na viga

5.6.1 - Carga de peso próprio

$$g_1 = \gamma_c \cdot b_w \cdot h$$

g_1 1,40 kN/m

5.6.2 - Carga de parapeito ou alvenaria apoiante

h_{alv} 2,80 m

γ_{alv} 18,0 kN/m³ NBR 6120

$b_{w,\text{alv}}$ 14 cm

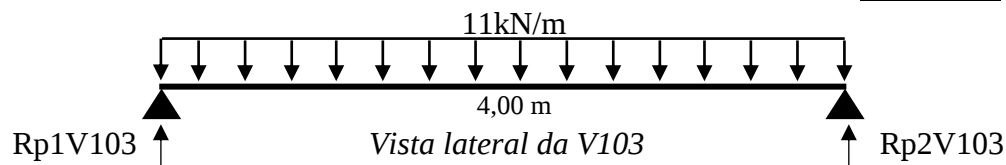
$$g_2 = b_{w,\text{alv}} \cdot h_{\text{alv}} \cdot \gamma_{\text{alv}}$$

g_2 7,06 kN/m

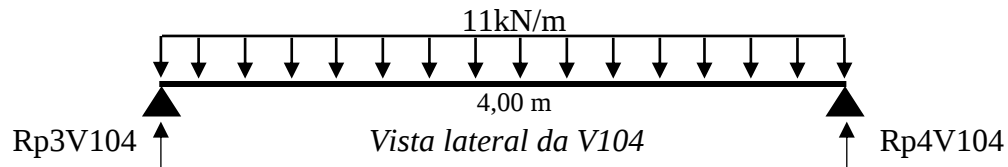
5.7 - Resumo das cargas atuantes na viga 103 = 104

PP viga	<u>1,40</u> kN/m
PP alv	<u>7,056</u> kN/m
Reação da laje	<u>2,27</u> kN/m
Total	10,73 kN/m

Total adotado 11 kN/m
Preencher



Memória de cálculo - Pré dimensionamento e levantamento de cargas



$$R_{p1V103} = wL/2 = R_{p2V103} = R_{p3V104} = R_{p4V104}$$

$$R_{p1V103} = \underline{22,00} \text{ kN}$$

$$R_{p2V103} = \underline{22,00} \text{ kN}$$

$$R_{p3V104} = \underline{22,00} \text{ kN}$$

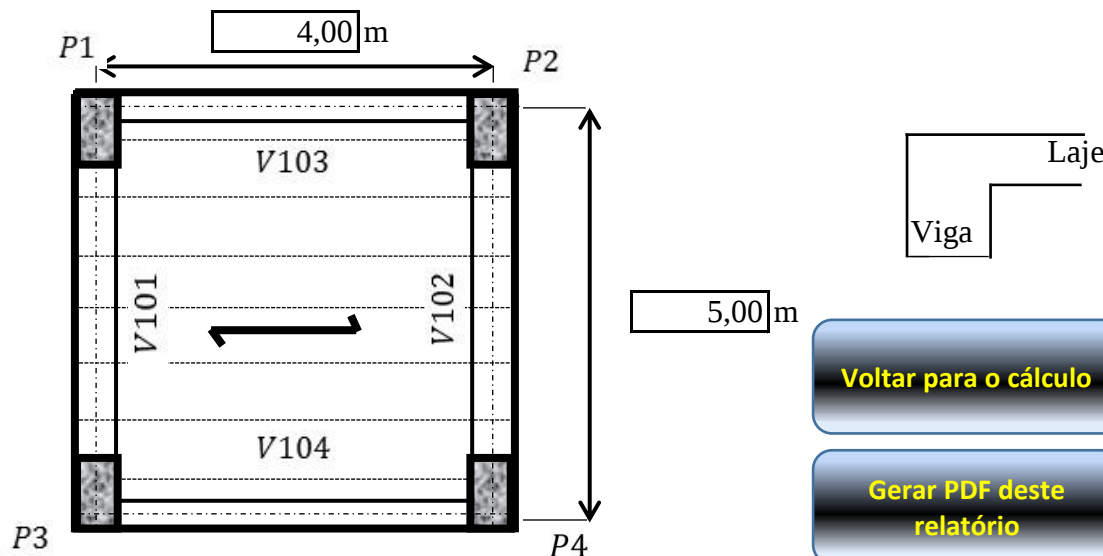
$$R_{p4V104} = \underline{22,00} \text{ kN}$$

6.0 - Resumo das reações nos pilares

Pilar	Reações kN				
	V101	V102	V103	V104	Total
P1	40,0	0,0	22,0	0,0	62,0
P2	0,0	40,0	22,0	0,0	62,0
P3	40,0	0,0	0,0	22,0	62,0
P4	0,0	40,0	0,0	22,0	62,0

7.0 - Resumo das ações nas vigas de borda

Viga	Carga _{tot} (E.L.U)	b _w	h	L	P _k	q
101	16kN/m	14cm	40cm	5,00m	13kN/m	3kN/m
102	16kN/m	14cm	40cm	5,00m	13kN/m	3kN/m
103	11kN/m	14cm	40cm	4,00m	10kN/m	0,8kN/m
104	11kN/m	14cm	40cm	4,00m	10kN/m	0,8kN/m



[Voltar para o cálculo](#)

[Gerar PDF deste relatório](#)

NBR 6118-14

1/1

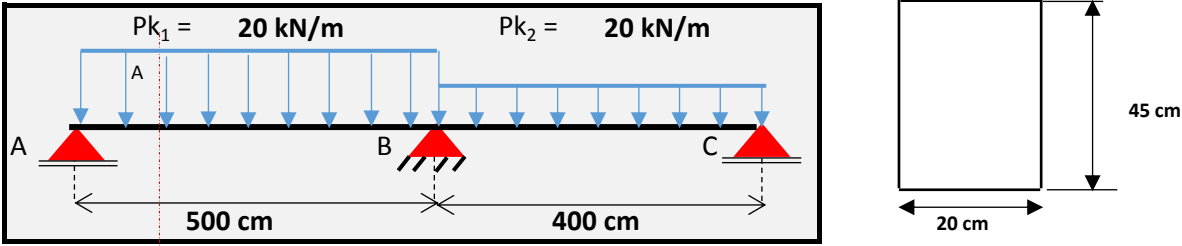
NBR 6118-14

1/1

Memória de cálculo - Método das forças: Traçado dos diagramas

TRAÇADO DOS DIAGRAMAS DE MOMENTO FLETOR E FORÇA CORTANTE PELO MÉTODO DAS FORÇAS

1.0 - INTRODUÇÃO AOS DADOS DE ENTRADA



b : 20 cm

h: 45 cm

Iz 0,00151875 m4

E 3,067E+10 Pa Módulo de elasticidade do concreto

wA= 20 kN/m

LA= 5 m

wB= 20 kN/m

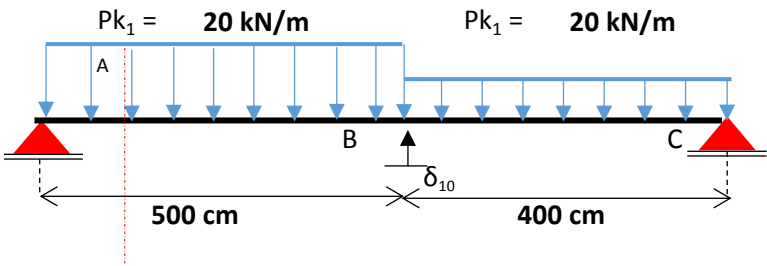
LB= 4 m

L= 9 m

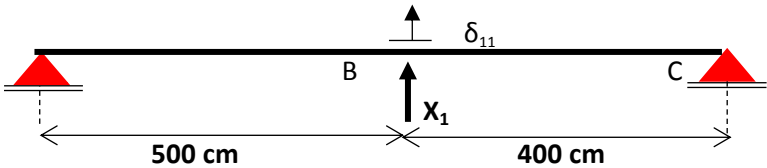
$$R_A = \frac{\left(\frac{w_2 \cdot L_2^2}{2} - R_B \cdot L_2 + w_1 \cdot L_1 \cdot \left(L_2 + \frac{L_1}{2} \right) \right)}{L}$$

$$R_C = -R_A + w_1 \cdot L_1 - R_b + w_2 \cdot L_2$$

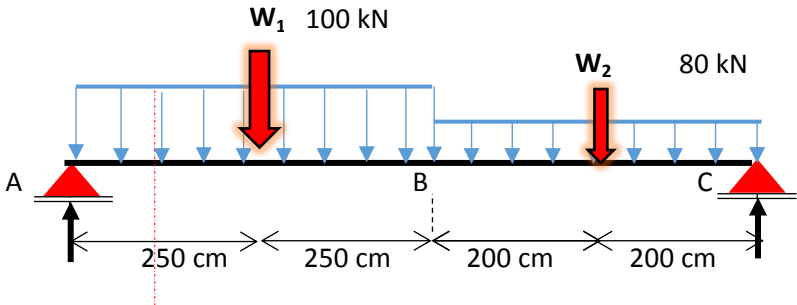
1.0) ESTADO EO



1.1) ESTADO E1



1.3) CÁLCULO DAS REAÇÕES PARA O ESTADO EO



Memória de cálculo - Método das forças: Traçado dos diagramas

Aplicando a somatória de momentos ao redor do ponto A para o estado E0 vem que :

$$\sum M_a = 0 \quad R_{c0} = \frac{\left(w_1 \cdot \frac{L_1^2}{2} + \left(L_1 + \frac{L_2}{2} \right) \cdot w_2 \cdot L_2 \right)}{L}$$

Logo:

$$R_{c0} = \underline{\quad 90,00 \text{ kN} \quad}$$

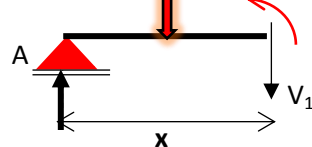
Aplicando somatória de forças na direção do eixo y para o estado E0 vem que:

$$\sum F_y = 0 \quad R_{a0} = (w_1 \cdot L_1 + w_2 \cdot L_2 - R_{c0})$$

$$R_{a0} = \underline{\quad 90,00 \text{ kN} \quad}$$

1.4) CÁLCULO DOS DIAGRAMAS PARA O ESTADO E0

Seção 01 $W_1 \cdot x$ M_1 $0 \leq x \leq L_1$



Aplicando somatório dos momentos ao redor do ponto 1 vem:

$$\sum M_1 = 0 \quad M_1 = -w_1 \cdot \frac{x^2}{2} + R_{a0} \cdot x$$

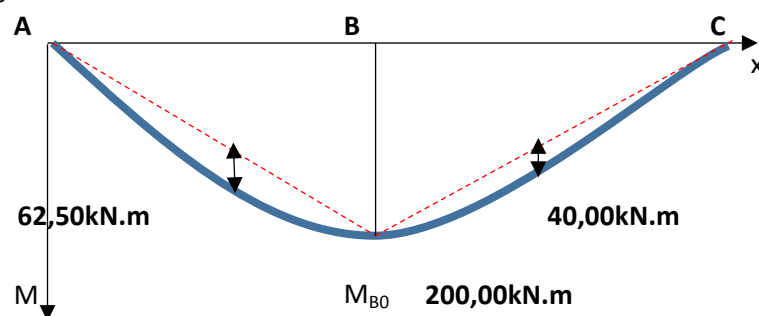
Para $x = L_1$

$$M_1(L_1) = -w_1 \cdot \frac{L_1^2}{2} + R_{a0} \cdot L_1$$

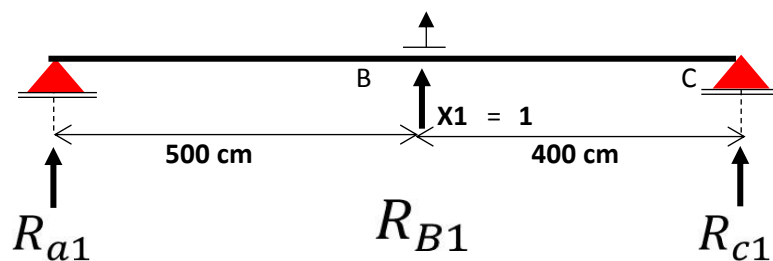
$$M(L_1) \quad \mathbf{200,00kN.m}$$

Para $x = 0 \rightarrow M = 0$

Diagrama de momento fletor do estado E0



1.5) CÁLCULO DAS REAÇÕES PARA O ESTADO E1



Memória de cálculo - Método das forças: Traçado dos diagramas

Aplicando somatória dos momentos ao redor do ponto A vem que:

$$\sum M_C = 0 \quad R_{A1} = -\frac{R_b \cdot L_2}{L}$$

$$R_{A1} = -0,444 \text{ kN}$$

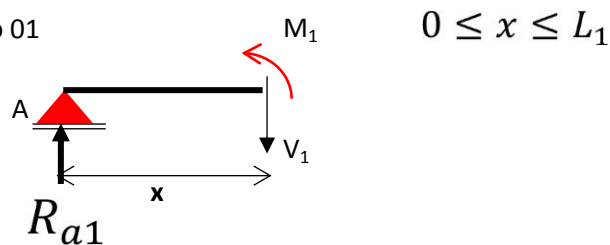
Aplicando somatória dos momentos ao redor do ponto A vem que :

$$\sum M_A = 0 \quad R_{C1} = -\frac{R_{B1} \cdot L_A}{L}$$

$$R_{C1} = -0,556 \text{ kN}$$

1.6) CÁLCULO DOS DIAGRAMAS PARA O ESTADO E1

Seção 01



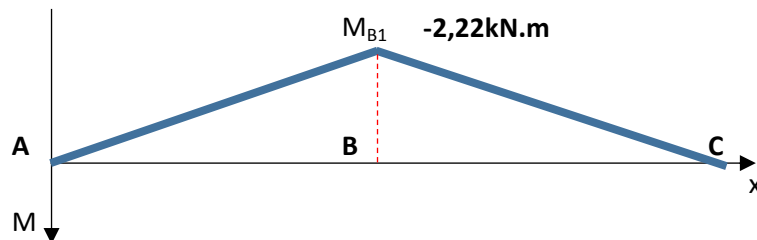
Aplicando somatório dos momentos ao redor do ponto 1 vem:

$$\sum M_1 = 0 \quad M_1 = R_{A1} \cdot x$$

$$P/x = 0 \quad M_1 = 0$$

$$P/x = L_A \quad M(L_A)_1 = R_{A1} \cdot L_A$$

$$M_1 = -2,22 \text{ kN.m}$$



1.7) CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES DO ESTADO 0 E DO ESTADO 1

$$\delta_{10} = \int_0^{L_1} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dx + \int_0^{L_2} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dv$$

Anotações do professor Germano Romera

$$\delta_{10} = \int_0^{L_1} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dx + \int_0^{L_2} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dv = \frac{1}{EI} \left[\int_0^{L_1} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dx + \int_0^{L_2} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dv \right]$$

$$+ \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot L \cdot M_{B1} \cdot M_{B0} + \frac{1}{3} \cdot L_1 \cdot (R_{A1} \cdot L_1) \cdot \left(\frac{w_1 L_1^2}{8} \right) + \frac{1}{3} \cdot L_2 \cdot (R_{A1} \cdot L_1) \cdot \left(\frac{w_2 L_2^2}{8} \right) \right]$$

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1 \cdot M_1}{E \cdot I} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot L \cdot M_{B1} \cdot M_{B1} \right]$$

Memória de cálculo - Método das forças: Traçado dos diagramas

$$\delta_{10} \quad -3,61\text{E-}05\text{m}$$

$$\delta_{11} \quad 3,18\text{E-}07\text{m}$$

Como:

$$\delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} = 0 \rightarrow X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}$$

$$X_1 \quad 113,63 \text{ kN} = R_B$$

Com o resultado da superabundante $X_1 = R_B = 113,625\text{kN}$ calcula-se as reações R_A e R_B nos apoios

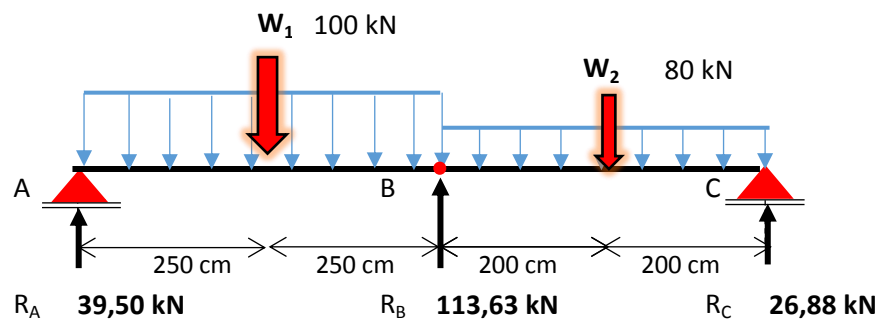
$$R_A \quad 39,50 \text{ kN}$$

$$R_C \quad 26,88 \text{ kN}$$

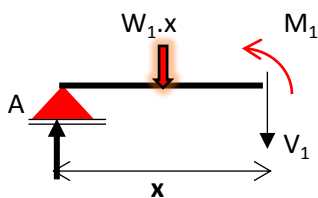
$$R_A = \frac{\left(\frac{w_2 \cdot L_2^2}{2} - R_B \cdot L_2 + w_1 \cdot L_1 \cdot \left(L_2 + \frac{L_1}{2} \right) \right)}{L}$$

$$R_C = -R_A + w_1 \cdot L_1 - R_B + w_2 \cdot L_2$$

1.8) TRAÇADO DOS DIAGRAMAS



Seção 01



Aplicando a somatória de momentos no eixo z ao redor do ponto 1 vem que :

$$\sum M_1 = 0 \quad M_1 = R_A \cdot x - w_1 \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$P/ x = 0 \quad M_1(A) = 0$$

$$P/ x = L_A \quad M_1(L_A) = R_A \cdot L_A - w_1 \cdot \frac{L_A^2}{2}$$

$$M_1(B) \quad -52,50\text{kN.m}$$

Aplicando somatória de forças no eixo y vem que :

$$V_1 = R_A - w_1 \cdot x$$

$$P/ x = 0 \quad V_1 = R_A$$

$$V_1(0) \quad 39,50 \text{ kN}$$

$$P/ x = L_A \quad V_1(L_A) = R_A - w_1 \cdot L_A$$

$$V_1(B) \quad -60,50 \text{ kN}$$

Memória de cálculo - Método das forças: Traçado dos diagramas

$P/V_1 = 0$, calcula-se $x_{1máx}$

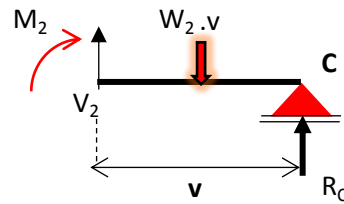
$$x_{1máx} = \frac{R_A}{w_1}$$

$x_{1máx}$ 1,98m

O momento máximo no tramo A-B será quando a derivada do momento for zero, isto é, a cortante for nula. Basta então substituir o valor de $x_{1máx}$ na equação do momento do tramo A-B.

$M_{1máx}$ **39,01kN.m**

Seção 02



Aplicando a somatória de momentos no eixo z ao redor do ponto 2 vem que :

$$\sum M_2 = 0 \quad M_2 = -\frac{w_2 \cdot v^2}{2} + R_C \cdot v$$

Para $v = 0$ $M_2 = 0$

$$\text{Para } v = L_B \quad M_2(B) = -\frac{w_2 \cdot (L_B)^2}{2} + R_C \cdot L_B$$

$M_2(B)$ **-52,50kN.m**

Derivando a equação do momento para o tramo B-C vem que:

$$\frac{dM}{dv} = -w_2 \cdot v + R_C \quad v_{2máx} = \frac{R_C}{w_2}$$

Lembrando que a derivada do momento em relação ao eixo longitudinal é igual a cortante, e igualando isso à zero:

$v_{2máx}$ 1,34 kN

Tomando como referencia o ponto B da viga, vem que:

$x_{2máx}$ 2,66m

Substituindo o valor de $v_{2máx}$ encontrado na equação do momento ao longo do eixo v, obtemos o momento máximo

$$M_{2máx} \quad \mathbf{18,06kN.m} \quad M_{2máx} = -\frac{w_2 \cdot v_{2máx}^2}{2} + R_C \cdot v_{2máx}$$

Substituindo $v = L_B$ na equação da cortante e alternando o sinal:

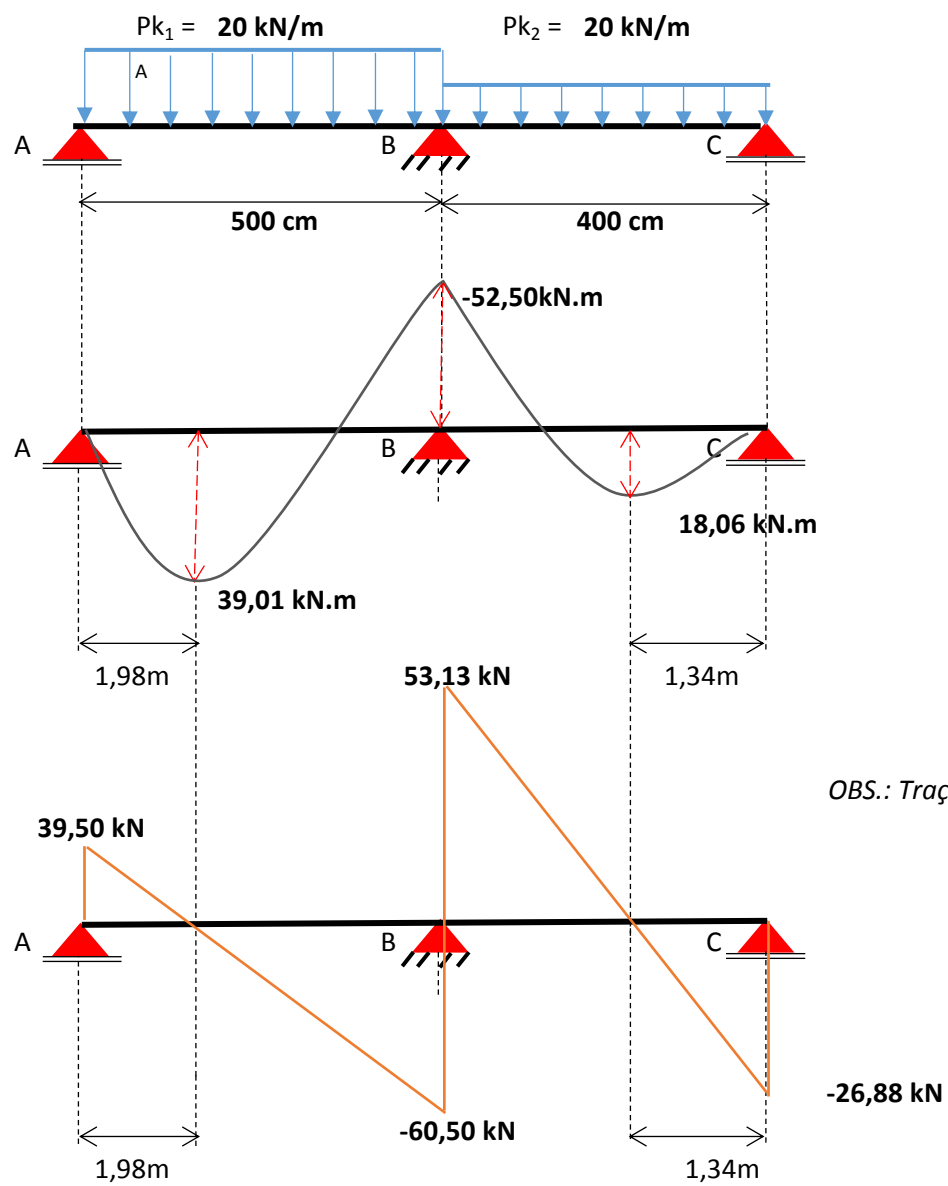
V_B 53,13 kN

Substituindo $v = 0$ na equação da cortante

V_C -26,88 kN

Viga com carregamentos:

Memória de cálculo - Método das forças: Traçado dos diagramas



NBR 6118-14

O cálculo dos estribos no apoio não é necessário uma vez que será igual a maior área dos tramos adjacentes

Memória de cálculo - viga contínua

DIMENSIONAMENTO DE VIGAS CONTÍNUAS PARA O ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Projetista: Marcus Nóbrega

LEI-AME

Dados de entrada

Pk₁

20 kN/m

Pk₂

20 kN/m

f_{ck}

3 kN/cm²

f_{yd}

50 kN/cm²

bw

20 cm

h

45 cm

d'

4,125 cm

d

39,875 cm

Y_c

1,4

Y_s

1,15

Y_f

1,4

Aço Long.

CA-50

Cobrimento

3 cm

Diam Agreg.

1,9 cm

Vão A-B

500 cm

Vão B-C

400 cm

Pilar A (b)

20 cm

Pilar A (h)

45 cm

Pilar B (b)

20 cm

Pilar B (h)

45 cm

Pilar C (b)

20 cm

Pilar C (h)

45 cm

Aço transversal.

CA-60

INERIR DADOS

Memória de cálculo - DIAGRAMAS

GERAR ORÇAMENTO

Voltar para o cálculo de vigas bi-apoiadas

Custo Estimado

RS 870,50

Faixa de altura

30 < = h > = 45

Custo Real

RS 878,28

Corte A-A

Diagrama de momento Fletor

Diagrama de Força Cortante

TRAMO A-B DA VIGA CONTÍNUA ABC : Cálculo 01 : Minoração das resistencias e majoração das ações

$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$

2,143 kN/cm²

$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$

43,478 kN/cm²

$M_k = DMF$

3900,63 kN.cm

Portanto o esforço solicitante de cálculo é :
 $M_d = \gamma_f \cdot M_k \geq 14,22$
Como a viga é solidária aos pilares de apoio, é necessário fazer um segundo cálculo engastando o pilar interno e verificando o momento positivo neste tramo. Caso seja superior ao obtido por hipótese de viga contínua, adotar o maior.
OBS.: Foi considerado o apoio central (simplesmente apoiado) pois deu o maior momento

Valores limite

Armadura necessária

ξ_{lim}

0,45

μ

0,094

μ_{lim}

0,2952

Armadura Simples

$\mu = \frac{M_d}{(b \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd})}$

Tabela 3.5.1 - Valores de ξ_{lim} e μ_{lim} (para análise linear sem redistribuição de esforços)

Concreto

$f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$

$f_{ck} > 35 \text{ MPa}$

ξ_{lim}

0,45

0,35

μ_{lim}

0,2952

0,2408

Cálculo 02 : Obtenção do fator adimensional para solução da equação da profundidade da linha neutra

Valores limite

Armadura necessária

ξ_{lim}

0,45

μ

0,054

μ_{lim}

0,2952

Armadura Simples

$\mu = \frac{M_d}{(b \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd})}$

Tabela 3.5.1 - Valores de ξ_{lim} e μ_{lim} (para análise linear sem redistribuição de esforços)

Concreto

$f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$

$f_{ck} > 35 \text{ MPa}$

ξ_{lim}

0,45

0,35

μ_{lim}

0,2952

0,2408

Cálculo 03: Dimensionamento sem redistribuição de esforços

Armadura Simples

$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu}) \Rightarrow$ Armadura simples

Armadura Dupla

$\delta = d'/d$
 $A'_s = \frac{(\mu - \mu_{lim}) \cdot b \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{(1 - \delta) \cdot \sigma'_{sd}}$; $A_s = \left(0,8 \xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta}\right) \frac{b \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{f_{yd}}$

Armadura mínima :
Armaduras necessárias

$A_s =$

3,31 cm²

$A_{s'} =$

0,00 cm²

Tração

OBS: A armadura de tração é o maior valor entre a de cálculo e a mínima estabelecida por norma

Condições do dimensionamento

$\left(\frac{x}{d}\right)_{limite} = \xi_{limite} = 0,45$ se $f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$

$\left(\frac{x}{d}\right)_{limite} = \xi_{limite} = 0,35$ se $f_{ck} \geq 35 \text{ MPa}$

Cálculo 04: Verificação ao cisalhamento - Minoração das resistências e majoração dos esforços

$f_{ytd} \leq 435 \text{ MPa}$

$V_k = DFF - \text{Maior valor do vão}$

$V_d = \gamma_f \cdot V_k$

Tensões de cisalhamento

τ_{wd}

1,06 MPa

τ_{wd-lim}

5,09 MPa

Verificação

OK

Cálculo 05 : Armadura transversal e da armadura longitudinal - Bitolas e espaçamentos

$\tau_c = \psi_3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}}$

$\tau_d = 1,11 \cdot (\tau_{wd} - \tau_c)$

$A_{sw} =$

0,99 cm²/m

$\rho_{min-tabelado}$

0,12%

Tabela de estribos - Verificações

S_{max}

ϕ

s

Verificação

Qtde

23

5 mm

16 cm

30

23

6,3 mm

25 cm

NÃO OK

20

23

8 mm

41 cm

NÃO OK

12

23

10 mm

65 cm

NÃO OK

8

Armadura necessária

$A_{sw} =$

2,40 cm²/m

Estribo vertical

Solução mais econômica - Estribos

30ϕ de 5

c/16

Solução Adotada - Estribos

ϕ de 5 mm

c/16 cm

N = 30

Possíveis soluções - Armadura de tração

2 ϕ de

16,0 mm

c/11,5

4,02 cm²

3 ϕ de

12,5 mm

c/5,9

3,68 cm²

4 ϕ de

10,0 mm

c/3,9

2,51 cm²

5 ϕ de

8,0 mm

c/3

1,87 cm²

6 ϕ de

6,3 mm

c/2,4

1,47 cm²

Solução mais econômica - Tração

3ϕ de 12,5

c/5,9

3,68 cm²

Solução escolhida

ARMADURA TRAÇÃO

3 ϕ de 12,5 mm

c/5,9

3,68 cm²

Possíveis soluções - Armadura de compressão

2 ϕ de

6,3 mm

c/13

0,62 cm²

3 ϕ de

6,3 mm

c/6,5

0,94 cm²

4 ϕ de

6,3 mm

c/4,3

1,25 cm²

5 ϕ de

6,3 mm

c/3,2

1,56 cm²

6 ϕ de

6,3 mm

c/2,6

1,87 cm²

Solução mais econômica - Compressão

2ϕ de 6,3

c/13

0,62 cm²

Solução escolhida

ARMADURA COMPRESSÃO

2 ϕ de 6,3 mm

c/13

0,62 cm²

PREENCHA AQUI

ARMADURA COMPRESSÃO

2 ϕ de 6,3 mm

c/13

0,62 cm²

TRAMO B-C DA VIGA CONTÍNUA ABC : Cálculo 01 : Minoração das resistencias e majoração das ações

$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$

2,143 kN/cm²

$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$

43,478 kN/cm²

$M_k = DMF$

1805,66 kN.cm

Portanto o esforço solicitante de cálculo é :
 $M_d = \gamma_f \cdot M_k \geq 14,22$
Como a viga é solidária aos pilares de apoio, é necessário fazer um segundo cálculo engastando o pilar interno e verificando o momento positivo neste tramo. Caso seja superior ao obtido por hipótese de viga contínua, adotar o maior.
OBS.: Foi considerado o apoio central engastado pois deu o maior momento

Valores limite

Armadura necessária

ξ_{lim}

0,45

μ

0,054

μ_{lim}

0,2952

Armadura Simples

$\mu = \frac{M_d}{(b \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd})}$

Tabela 3.5.1 - Valores de ξ_{lim} e μ_{lim} (para análise linear sem redistribuição de esforços)

Concreto

$f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$

$f_{ck} > 35 \text{ MPa}$

ξ_{lim}

0,45

0,35

μ_{lim}

0,2952

0,2408

Cálculo 02 : Obtenção do fator adimensional para solução da equação da profundidade da linha neutra

Valores limite

Armadura necessária

ξ_{lim}

0,45

μ

0,054

μ_{lim}

0,2952

Armadura Simples

$\mu = \frac{M_d}{(b \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd})}$

Tabela 3.5.1 - Valores de ξ_{lim} e μ_{lim} (para análise linear sem redistribuição de esforços)

Concreto

$f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$

$f_{ck} > 35 \text{ MPa}$

ξ_{lim}

0,45

0,35

μ_{lim}

0,2952

0,2408

Cálculo 03: Dimensionamento sem redistribuição de esforços

Armadura Simples

$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu}) \Rightarrow$ Armadura simples

Armadura Dupla

$\delta = d'/d$
 $A'_s = \frac{(\mu - \mu_{lim}) \cdot b \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{(1 - \delta) \cdot \sigma'_{sd}}$; $A_s = \left(0,8 \xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta}\right) \frac{b \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{f_{yd}}$

Armadura mínima :
Armaduras necessárias

$A_s =$

1,87 cm²

$A_{s'} =$

0,00 cm²

Tração

OBS: A armadura de tração é o maior valor entre a de cálculo e a mínima estabelecida por norma

Condições do dimensionamento

$\left(\frac{x}{d}\right)_{limite} = \xi_{limite} = 0,45$ se $f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$

$\left(\frac{x}{d}\right)_{limite} = \xi_{limite} = 0,35$ se $f_{ck} \geq 35 \text{ MPa}$

Cálculo 04: Verificação ao cisalhamento - Minoração das resistências e majoração dos esforços

$f_{ytd} \leq 435 \text{ MPa}$

$V_k = DFF - \text{Maior valor do vão}$

$V_d = \gamma_f \cdot V_k$

Tensões de cisalhamento

τ_{wd}

0,93 MPa

τ_{wd-lim}

5,09 MPa

Verificação

OK

Cálculo 05 : Armadura transversal e da armadura longitudinal - Bitolas e espaçamentos

$\tau_c = \psi_3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}}$

$\tau_d = 1,11 \cdot (\tau_{wd} - \tau_c)$

$A_{sw} =$

0,07 MPa

$\rho_{min-tabelado}$

0,12%

Tabela de estribos - Verificações

S_{max}

ϕ

s

Verificação

Qtde

24

5 mm

16 cm

24

24

6,3 mm

25 cm

NÃO OK

16

24

8 mm

41 cm

NÃO OK

10

24

10 mm

65 cm

NÃO OK

6

Armadura necessária

$A_{sw} =$

2,40 cm²/m

Estribo vertical

Solução mais econômica - Estribos

24ϕ de 5

c/16

Solução Adotada

ϕ de 5 mm

c/16 cm

N = 24

Possíveis soluções - Armadura de tração

2 ϕ de

12,5 mm

c/11,9

2,45 cm²

3 ϕ de

10,0 mm

c/6

2,36 cm²

4 ϕ de

8,0 mm

c/4

2,01 cm²

5 ϕ de

6,3 mm

c/3

1,87 cm²

6 ϕ de

5,0 mm

c/2,4

1,47 cm²

Solução mais econômica - Tração

6ϕ de 6,3

c/2,4

1,87 cm²

Solução escolhida

ARMADURA TRAÇÃO

2 ϕ de 12,5 mm

c/11,9

2,45 cm²

Possíveis soluções - Armadura de compressão

2 ϕ de

6,3 mm

c/13

0,62 cm²

3 ϕ de

6,3 mm

c/6,5

0,94 cm²

4 ϕ de

6,3 mm

c/4,3

1,25 cm²

5 ϕ de

6,3 mm

c/3,2

1,56 cm²

6 ϕ de

6,3 mm

c/2,6

1,87 cm²

Solução mais econômica - Compressão

2ϕ de 6,3

c/13

0,62 cm²

Solução escolhida

ARMADURA COMPRESSÃO

2 ϕ de 6,3 mm

c/13

0,62 cm²

PREENCHA AQUI

ARMADURA COMPRESSÃO

2 ϕ de 6,3 mm

c/13

0,62 cm²

APOIO CENTRAL DA VIGA CONTÍNUA ABC : Cálculo 01 : Minoração das resistencias e majoração das ações

$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$

2,143 kN/cm²

$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$

43,478 kN/cm²

$M_k = DMF$

5250,00 kN.cm

Portanto o esforço solicitante de cálculo é :
 $M_d = \gamma_f \cdot M_k$
Quando a viga for solidária ao pilar e a largura do apoio, medida na direção do eixo da viga, for maior que a quarta parte da altura do pilar, não pode ser considerado momento negativo menor que o da hipótese perfeitamente engastado. Considere-se o maior valor aqui.
OBS.: Foi utilizado a consideração apoiada no meio

Valores limite

Armadura necessária

ξ_{lim}

0,45

μ

0,127

μ_{lim}

0,2952

Armadura Simples

$\mu = \frac{M_d}{(b \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd})}$

Tabela 3.5.1 - Valores de ξ_{lim} e μ_{lim} (para análise linear sem redistribuição de esforços)

Concreto

$f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$

$f_{ck} > 35 \text{ MPa}$

ξ_{lim}

0,45

0,35

μ_{lim}

0,2952

0,2408

Cálculo 02 : Obtenção do fator adimensional para solução da equação da profundidade da linha neutra

Valores limite

Armadura necessária

ξ_{lim}

0,45

μ

0,127

μ_{lim}

0,2952

Armadura Simples

$\mu = \frac{M_d}{(b \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd})}$

Tabela 3.5.1 - Valores de ξ_{lim} e μ_{lim} (para análise linear sem redistribuição de esforços)

Concreto

$f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$

$f_{ck} > 35 \text{ MPa}$

ξ_{lim}

0,45

0,35

μ_{lim}

0,2952

0,2408

Cálculo 03: Dimensionamento sem redistribuição de esforços

Armadura Simples

$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu}) \Rightarrow$ Armadura simples

Armadura Dupla

$\delta = d'/d$
 $A'_s = \frac{(\mu - \mu_{lim}) \cdot b \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{(1 - \delta) \cdot \sigma'_{sd}}$; $A_s = \left(0,8 \xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta}\right) \frac{b \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{f_{yd}}$

Armadura mínima :
Armaduras necessárias

$A_s =$

4,55 cm²

$A_{s'} =$

0,00 cm²

Tração

OBS: A armadura mínima de tração é o maior valor entre a de cálculo e a mínima estabelecida por norma

Condições do dimensionamento

$\left(\frac{x}{d}\right)_{limite} = \xi_{limite} = 0,45$ se $f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$

$\left(\frac{x}{d}\right)_{limite} = \xi_{limite} = 0,35$ se $f_{ck} \geq 35 \text{ MPa}$

Cálculo 04: Verificação ao cisalhamento - Minoração das resistências e majoração dos esforços

$f_{ytd} \leq 435 \text{ MPa}$

$V_k = DFF - \text{Maior valor do vão}$

$V_d = \gamma_f \cdot V_k$

Tensões de cisalhamento

τ_{wd}

0,93 MPa

τ_{wd-lim}

5,09 MPa

Verificação

OK

Cálculo 05 : Armadura transversal e da armadura longitudinal - Bitolas e espaçamentos

$\tau_c = \psi_3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}}$

$\tau_d = 1,11 \cdot (\tau_{wd} - \tau_c)$

$A_{sw} =$

0,99 cm²/m

$\rho_{min-tabelado}$

0,12%

Tabela de estribos - Verificações

S_{max}

ϕ

s

Verificação

Qtde

24

5 mm

16 cm

24

24

6,3 mm

25 cm

NÃO OK

16

24

8 mm

41 cm

NÃO OK

10

24

10 mm

65 cm

NÃO OK

6

Armadura necessária

$A_{sw} =$

2,40 cm²/m

Estribo vertical

Solução mais econômica - Estribos

24ϕ de 5

c/16

Solução Adotada

ϕ de 5 mm

c/16 cm

N = 24

Possíveis soluções - Armadura de tração

2 ϕ de

12,5 mm

c/11,9

2,45 cm²

3 ϕ de

10,0 mm

c/6

2,36 cm²

4 ϕ de

8,0 mm

c/4

2,01 cm²

5 ϕ de

6,3 mm

c/3

1,87 cm²

6 ϕ de

5,0 mm

c/2,4

1,47 cm²

Solução mais econômica - Tração

6ϕ de 6,3

c/2,4

1,87 cm²

Solução escolhida

ARMADURA TRAÇÃO

2 ϕ de 12,5 mm

c/11,9

2,45 cm²

Possíveis soluções - Armadura de compressão

2 ϕ de

6,3 mm

c/13

0,62 cm²

3 ϕ de

6,3 mm

c/6,5

0,94 cm²

4 ϕ de

6,3 mm

c/4,3

1,25 cm²

5 ϕ de

6,3 mm

c/3,2

1,56 cm²

6 ϕ de

6,3 mm

c/2,6

1,87 cm²

Solução mais econômica - Compressão

2ϕ de 6,3

c/13

0,62 cm²

Solução escolhida

ARMADURA COMPRESSÃO

2 ϕ de 6,3 mm

c/13

0,62 cm²

PREENCHA AQUI

ARMADURA COMPRESSÃO

2 ϕ de 6,3 mm

c/13

0,62 cm²

Cálculo 06 : Armadura de costela/pele

Precisa ?

Como a altura da viga é menor que 60cm, não é necessário.

$A_{s,p}$

--

S_{min}

--

LN

--

H_{util}

--

N_{barras}

--

ϕ_{calc}

--

ϕ_{adot}

--

S_{adot}

--

Det. Armadura de pele

NBR 6118-14

Pilar de interno nº :5

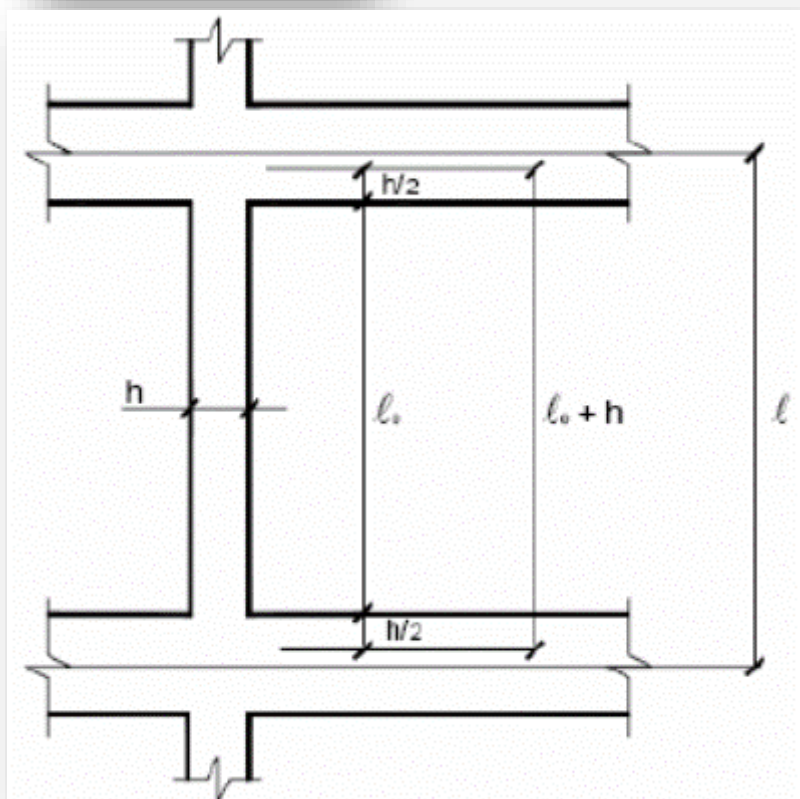
P5 (35 x 60)

Nk = 272,00 tf

Cálculo 01

L_{efx} e L_{efy}

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases}$$



L _{0x}	498 cm
L ₀ + b _x	533 cm
L _x	560 cm



L_{efx} 533 cm

L _{0y}	508 cm
L _{0y} + b _y	568 cm
L _y	560 cm



L_{efy} 560 cm

Memória de cálculo - Pilar centrado

Cálculo 02

Índices de Esbeltez em x e em y

Direção x	
λ_x	52,8

$$\lambda_x = \frac{l_{ex}}{i_x} = \frac{l_{ex} \cdot \sqrt{12}}{h_x}$$

Direção y	
λ_y	32,3

$$\lambda_y = \frac{l_{ey}}{i_y} = \frac{l_{ey} \cdot \sqrt{12}}{h_y}$$

Cálculo 03

Excentricidades totais

Excentricidade inicial

$$e_{i,topo} = \frac{M_{topo}}{N_d}$$

$$e_{i,meio} = \frac{M_{meio}}{N_d}$$

$$e_{i,base} = \frac{M_{base}}{N_d}$$

$e_{i,topo}$	0
$e_{i,meio}$	0
$e_{i,base}$	0

Excentricidade acidental

$$e_{ax} = \theta_{1x} \cdot \frac{l_{ex}}{2}$$

$$e_{ay} = \theta_{1y} \cdot \frac{l_{ey}}{2}$$

$$\theta_{1x} = \frac{1}{100\sqrt{l_{ex}}}$$

$$\theta_{1y} = \frac{1}{100\sqrt{l_{ey}}}$$

$$\theta_1 \geq \theta_{1,min} = \frac{1}{300}$$

$\theta_{1,x}$	0,0043 rad	Verificação 1 $\theta_{1,x} > \theta_{1,min}$ OK	Verificação 2 $\theta_{1,y} > \theta_{1,min}$ OK
$\theta_{1,y}$	0,0042 rad		
$\theta_{1,min}$	0,0033 rad		

e_{ax}	1,15 cm
e_{ay}	1,18 cm

Memória de cálculo - Pilar centrado

Excentricidades mínimas

$e_{1,minx}$	2,55 cm
$e_{1,miny}$	3,30 cm

$$M_{ld,min} = N_d \cdot (0,015 + 0,03h) = N_d \cdot e_{i,min}$$

$$e_{1x} = e_{ix,topo}$$

$$e_{1y} = e_{iy,topo}$$

Excentricidades de primeira ordem totais

Seções de topo e base

$e_{1x,topo}$	0 cm
$e_{1x,base}$	0 cm

e_{1x}	2,55 cm
e_{1y}	3,3 cm

Seções intermediárias

$e_{1x,meio}$	1,15 cm
$e_{1y,meio}$	1,18 cm

Verificação 3 - Excentricidade de cálculo	
Se $e_{1x} > e_{1,minx} \Rightarrow e_{1x}$, senão $e_{1x} = e_{1,minx}$	
e_{1x}	2,55 cm

Verificação 4 - Excentricidade de cálculo	
Se $e_{1y} > e_{1,min,y} \Rightarrow e_{1y}$, senão $e_{1y} = e_{1,min,y}$	
e_{1y}	3,3 cm

Cálculo 04

Necessidade de excentricidade de 2a ordem

Esbeltez limite

Direção x	
α_{bx}	1
λ_{1x}	35

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_b}$$

$$\frac{35}{\alpha_b} \leq \lambda_1 \leq 90$$

Direção y	
α_{by}	1
λ_{1y}	35

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_{i,y}}{h_y}}{\alpha_{b,y}}$$

Verificação da necessidade de excentricidade de 2a ordem

Se $\lambda_{b,x} > \lambda_{1,x} \Rightarrow$ há a necessidade, senão, não.

Direção x	Direção y
Há a necessidade	Não há a necessidade

Memória de cálculo - Pilar centrado

Cálculo 05

Efeitos de segunda ordem

Método do Pilar Padrão com curvatura aproximada

Direção x	
M1d,A	0

Direção y	
M1d,A	0

Mas M1d,A deve ser maior ou igual ao momento mínimo

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{l_{e,x}^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

então

$$M_{1d,A} \geq M_{1d,min} = N_d \cdot e_{1x}$$

M _{1d,A}	9710,4 kN.cm
L _{efx} [cm]	533 cm
v	0,85
1/r	0,000106 cm ⁻¹

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h_x(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

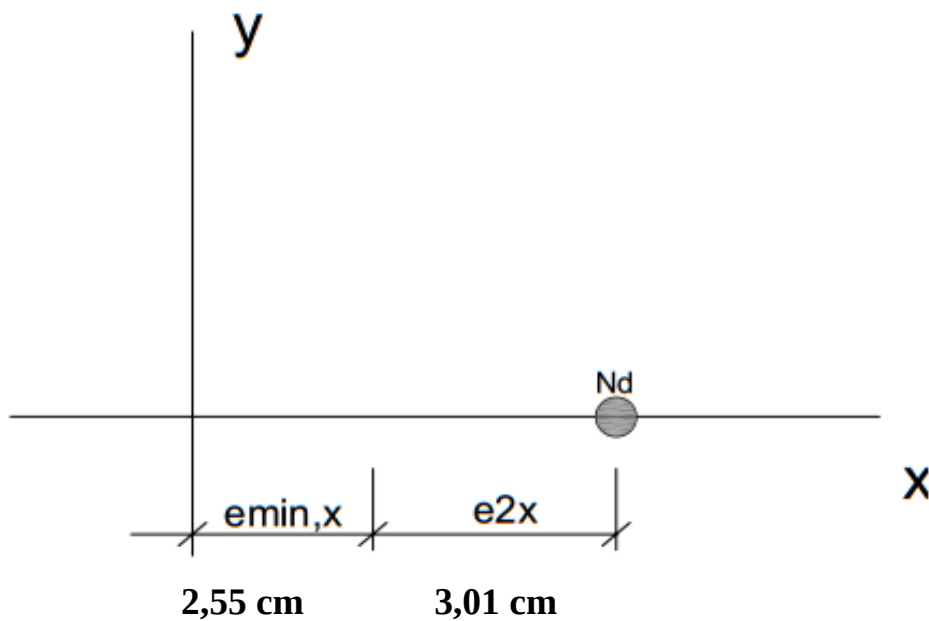
$$v = \frac{N_{sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Verificação da curvatura mínima	
OK	

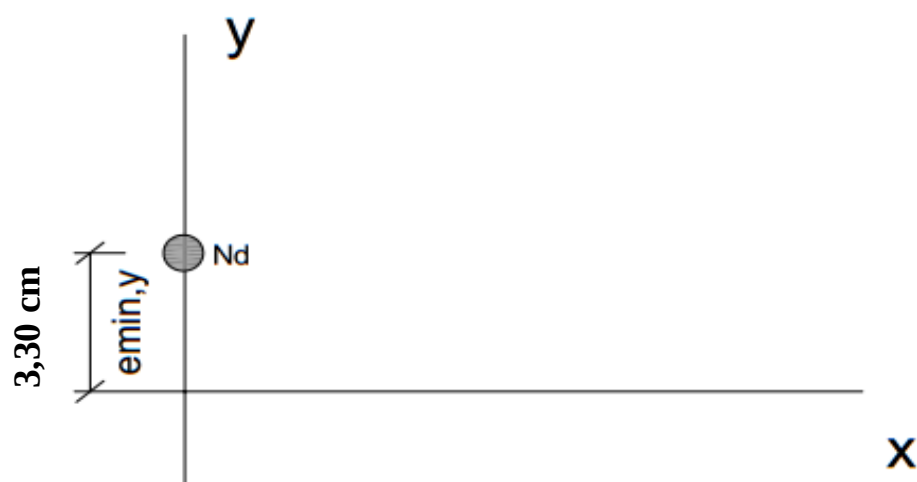
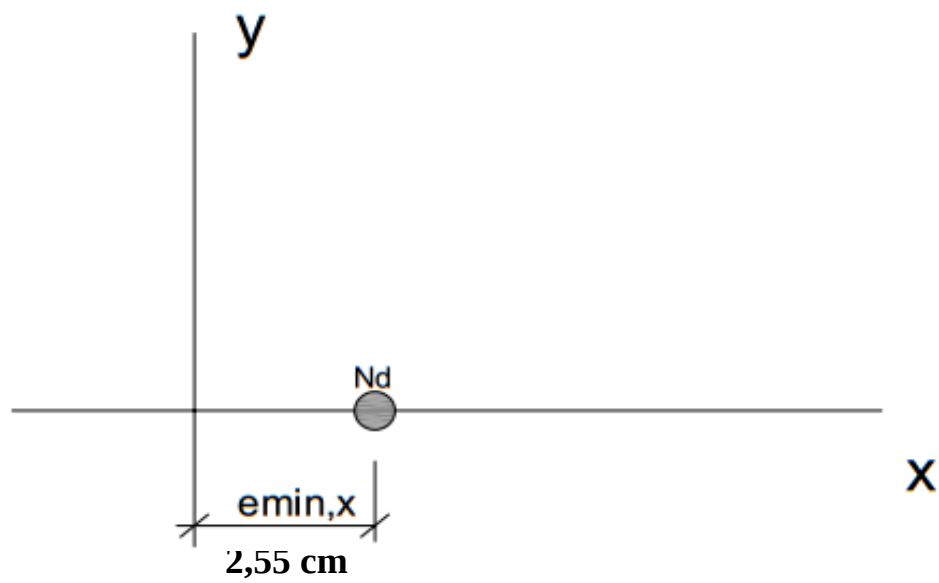
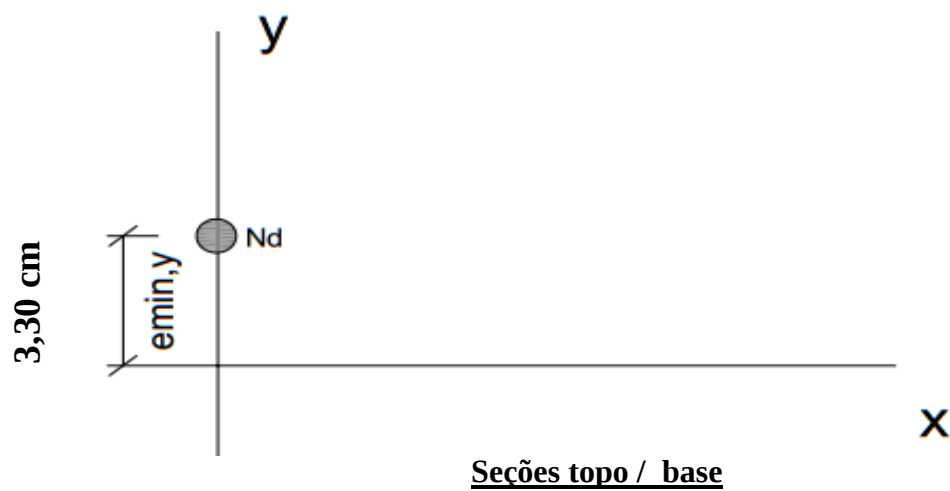
É necessário considerar os efeitos de segunda ordem pois o pilar não é curto

M _{d,tot}	21190,3 kN.cm
e _{tot}	5,56 cm

Seções intermediárias



Memória de cálculo - Pilar centrado



Memória de cálculo - Pilar centrado

Cálculo 06

Dimensionamento pra situação mais desfavorável

Direção x	Seção intermediária
$M_{d,tot}$	21190,26 kN.cm
e_x	5,56 cm

Direção y	Ambas seções
$M_{d,tot}$	12566,4 kN.cm
e_y	3,3 cm

Cálculo 07

Dimensionamento das armaduras

Equações adimensionais

Direção x	
v_d	0,85
μ_{dx}	0,13

Direção y	
v_d	0,85
μ_{dy}	0,05

Taxa mecânica de armadura

Direção x	
d'/h	0,114
ω_x	0,36

ÁBACOS - VENTURI 1987

As 37,26 cm²

Entrada no ábaco		
Concreto	Aço	d'/h
C30	CA-50	0,1

Qtde	Dcalc	Dadot	Aef	Armadura à escolher
4	34,439	--		Não é possível com 4 ferros
6	28,119	32	48,25	6 ϕ de 32 Aef = 48,25 cm²
8	24,352	25	39,26	8 ϕ de 25 Aef = 39,26 cm²
10	21,781	22	38,01	10 ϕ de 22 Aef = 38,01 cm²
12	19,883	20	37,69	12 ϕ de 20 Aef = 37,69 cm²
14	18,408	20	43,98	14 ϕ de 20 Aef = 43,98 cm²
16	17,219	20	50,26	16 ϕ de 20 Aef = 50,26 cm²
18	16,235	20	56,54	18 ϕ de 20 Aef = 56,54 cm²

Armadura escolhida

12 ϕ de 20 Aef = 37,69 cm²

Teste de armadura

n	Φ	área
12	20	37,68

situação



OK

$$A_s = \omega \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

Armadura escolhida		
12	Φ	20

Memória de cálculo - Pilar centrado

Direção y		ÁBACOS - VENTURI 1987
d'/h	0,07	
ωy	0,13	

→ **As 13,46 cm²**

Qtde	D _{calc}	D _{adot}	A _{ef}	Armadura à escolher
4	20,699	22	15,2	4 φ de 22 A _{ef} = 15,2 cm²
6	16,901	20	18,84	6 φ de 20 A _{ef} = 18,84 cm²
8	14,636	16	16,08	8 φ de 16 A _{ef} = 16,08 cm²
10	13,091	16	20,1	10 φ de 16 A _{ef} = 20,1 cm²
12	11,951	12,5	14,72	12 φ de 12,5 A _{ef} = 14,72 cm²
14	11,064	12,5	17,18	14 φ de 12,5 A _{ef} = 17,18 cm²
16	10,349	12,5	19,63	16 φ de 12,5 A _{ef} = 19,63 cm²
18	9,758	10	14,13	18 φ de 10 A _{ef} = 14,13 cm²

Armadura escolhida
12 φ de 12,5 A_{ef} = 14,72 cm²

Teste de armadura		
n	Φ	área
12	12,5	14,73

situação → **Muito ferro**

$$A_s = \omega \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

OBS.: A área calculada leva em consideração as taxas mínimas e máximas de armadura. Sendo sempre no mínimo igual a mínima e no máximo igual a máxima

Armadura escolhida		
12	Φ	12,5

Armadura de dimensionamento		
12	Φ	20 mm

Cálculo 07

Detalhamento armadura longitudinal

Verificação do diâmetro das barras	
OK	

$$10mm \leq \phi_l \leq \frac{b}{8}$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c}$$

% de armadura	As[cm²]
ρ	0,95% 20
ρ _{min}	0,63% 13,14
ρ _{máx}	4,00% 84

$$\rho_{min} = \frac{A_{s,min}}{A_c} = \frac{0,15 \cdot N_d}{A_c \cdot f_{yd}} \cdot \left(\frac{f_{cd}}{f_{yd}} \right) = 0,15 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \nu \geq 0,4\%$$

Verificação da taxa mínima de armadura	
OK	

Espaçamento

Deverá haver ao menos uma barra em cada vértice

a _{min}	2,3 cm
a _{máx}	40 cm

Portanto o espaçamento mín é :

a _{min}	2,3 cm
------------------	--------

$$a \geq \begin{cases} 20mm \\ \phi_l = 20mm \\ 1,2 \cdot d_{máx,agre.} \end{cases}$$

Memória de cálculo - Pilar centrado

Cálculo 08

Detalhamento armadura transversal

Diâmetro	
ϕ_t	5 mm
Espaçamento	
e_t	20 cm
Armadura escolhida	
e_t [cm]	diâmetro [mm]
20	5
Proteção contra flambagem	
$L_{protegido}$	10,00 cm

Verificação dos espaçamentos da armadura longitudinal

Verificação espaçamento longitudinal	
s_l	8,4 cm
$a_{min} < a < a_{max}$	
OK	

Verificação de quantas barras serão protegidas

s_l [cm]	8,40
Diametro	5
$L_{protegido}$ [cm]	10,00

Nº de barras verticais	6,00
Nº de barras protegidas	4,00
Nº de barras desprotegidas	2,00

Portanto faz-se necessário fazer a proteção das 2 verticais centralizadas

Comprimento dos estribos

L_{gt} [cm]	5
L_t [cm]	180

Comprimento dos estribos suplementares

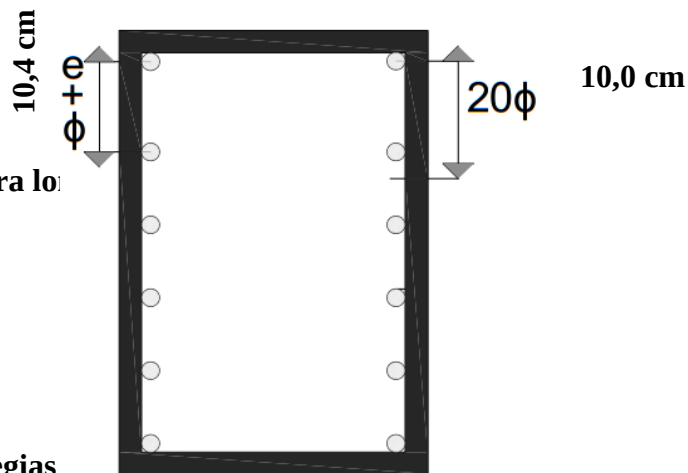
L_s [cm]	40
------------	----

Número de estribos

N	29
---	----

a) Diâmetro

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5mm \\ \frac{\phi_l}{4} = \frac{20}{4} = 5mm \end{cases}$$



$$a = \frac{h - 2 \cdot c_{nom} - 2 \cdot \phi_t - n \cdot \phi_l}{n - 1}$$

d) Comprimento dos estribos

$$l_t = 2 \cdot (h - 2 \cdot c_{nom}) + 2 \cdot (b - 2 \cdot c_{nom}) + 2 \cdot l_{gt}$$

e) Comprimento dos estribos suplementares

$$l_s = (b - 2 \cdot c_{nom}) + 2 \cdot l_{gt}$$

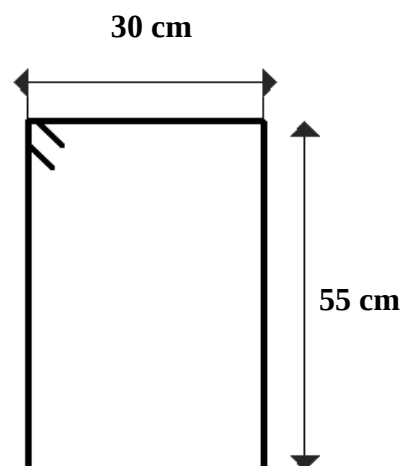
$$N = \frac{l_o + h_{viga}}{s_t} + 1$$

Memória de cálculo - Pilar centrado

Estribo

Resumo			
Quantidade	ϕ	Esp.	L
29	5	20	180

N2 - 29 ϕ de 5 c/ 20 C =180



Estribo suplementar

Resumo			
Quantidade	ϕ	Esp.	L [cm]
2 x 29	5	20	40

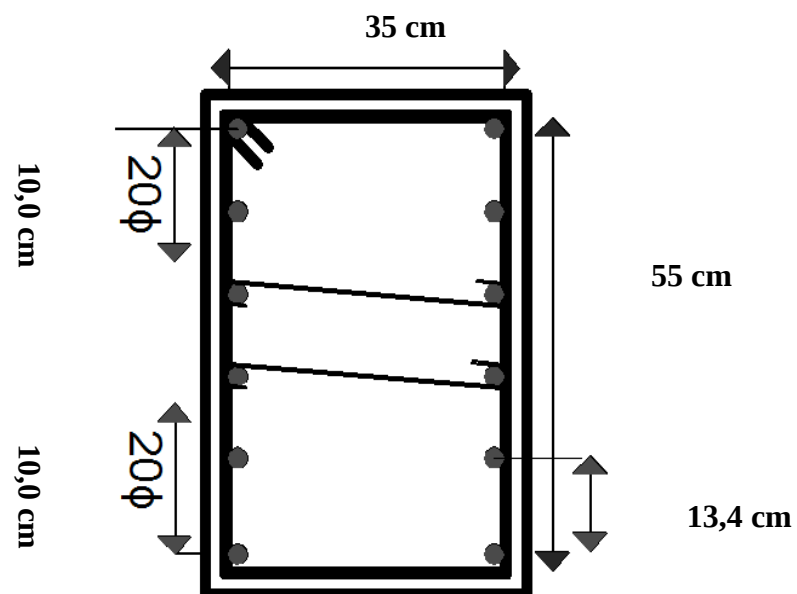
N3 - 2 x [29 ϕ de 5 c/ 20 C = 40]



Armadura longitudinal

Resumo		
Quantidade	ϕ	Esp. [cm]
12	20	8

N1 - 12 ϕ de 20 c/ 8



Memória de cálculo - Pilar centrado

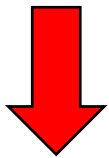
Cálculo 09

Detalhamento das esperas

η_1	2,25
η_2	1
η_3	1

$f_{ctk,inf}$	2,0
f_{ctd}	1,4
f_{bd}	3,3

l_b	66,71 cm
15ϕ	30 cm
L'	20 cm



l_b	70 cm
-------	-------

Comprimento total das barras longitudinais

l	630 cm
-----	--------

$$l_{oc} = l_{b,nec} \geq l_{oc,min} \geq \begin{cases} 0,6 \cdot l_b \\ 15\phi \\ 200mm \end{cases}$$

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{z,calc}}{A_{z,ef}} \geq l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$$

$$l_{b,nec} = 1,0 \cdot l_b \cdot 1,0 = l_b \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}, \quad e \quad f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$$

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

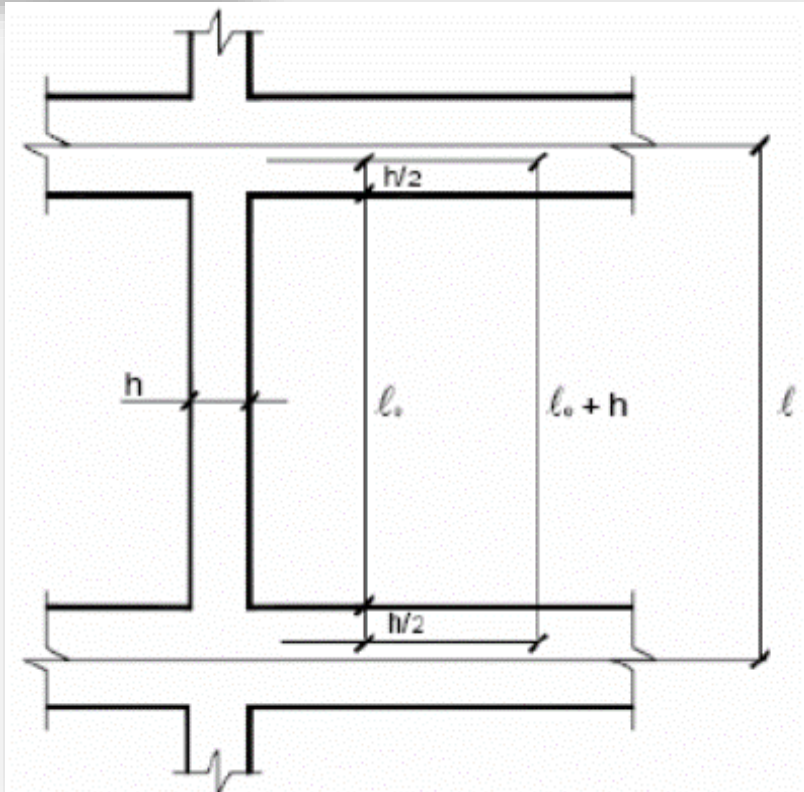
$$l = (l_0 + h_{viga}) + l_{oc}$$

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

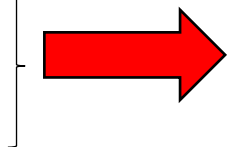
Cálculo 01

L_{efx} e L_{efy}

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases}$$

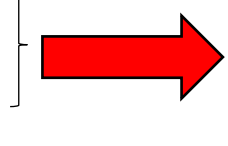


L_{0x}	398
$L_0 + b_x$	423
L_x	460



L_{efx} 423 cm

L_{0y}	408
$L_0 + b_y$	478
L_y	460



L_{efy} 460 cm

Cálculo da medida a_1 do Pilar de extremidade

a_1 12,5

$$a_1 = \frac{h_{x,P4}}{2}$$

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

a1 18,6

a1 certo 12,5

$$a_1 = 0,3 \cdot h_{2,V2}$$

Cálculo da medida a2 do Pilar de centro

a2 17,5

$$a_2 = \frac{h_{x,P5}}{2}$$

a2 18,6

a2(certo) 17,5

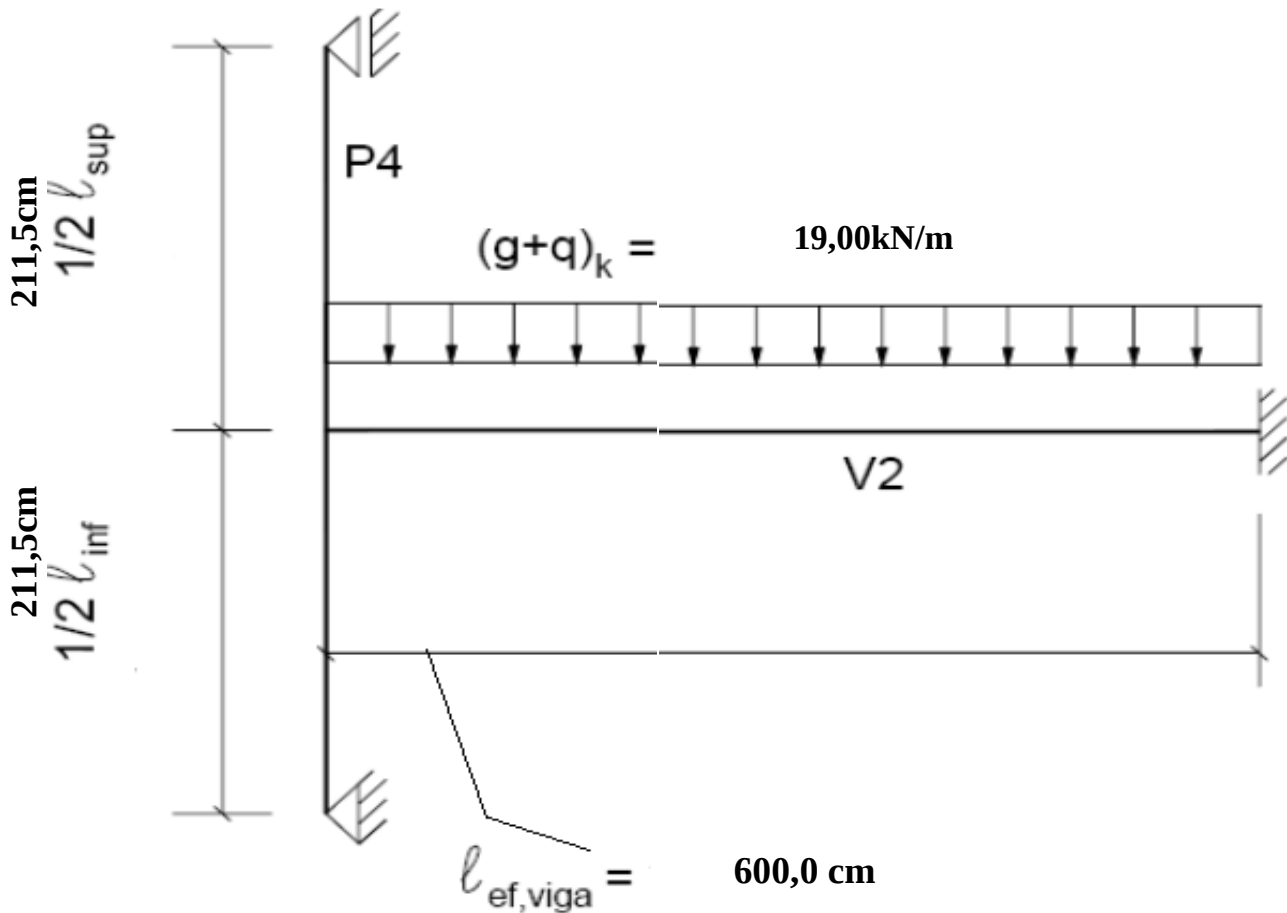
$$a_2 = 0,3 \cdot h_{2,V2}$$

Cálculo do vão efetivo da viga

$$l_{ef,viga} = l_{o,viga} + a_1 + a_2$$

l_{o,viga} 570

L_{ef} 600



Memória de cálculo - Pilar de extremidade

Cálculo da rigidez no tramo do pilar

I_{pilar} 91146cm⁴

L_{sup} 211,5cm

r_{sup} 1293cm³

$$r_{sup} = \frac{3 \cdot I_{pilar}}{1/2 \cdot l_{sup}}$$

Cálculo da rigidez da viga

I_{viga} 397213cm⁴

l_{viga} 600,0cm

r_{viga} 2648cm³

$$r_{viga} = \frac{4 \cdot I_{viga}}{l_{viga}}$$

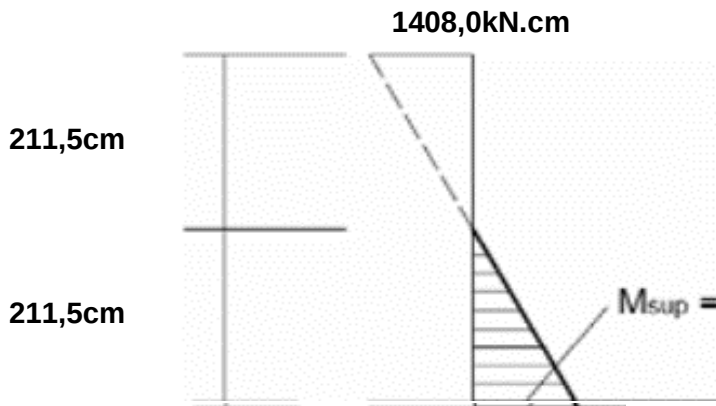
Momento de engastamento perfeito na viga

M_{eng} 5700,0 kN.cm

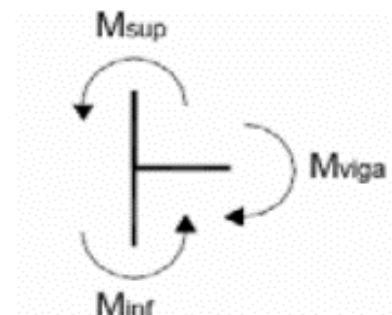
M_{sup} 1408,0 kN.cm

$$M_{eng} = \frac{(g + q) \cdot l_{viga}^2}{12}$$

$$M_{sup} = M_{eng} \cdot \left(\frac{r_{sup}}{r_{viga} + r_{sup} + r_{inf}} \right)$$



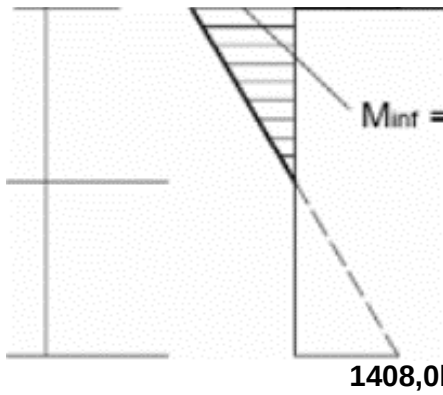
1408,0kN.cm



Memória de cálculo - Pilar de extremidade

211,5cm

211,5cm



$M_{inf} = 1408,0 \text{ kN.cm}$

1408,0kN.cm

Equilíbrio do nó

Cálculo 02

Índices de Esbeltez em x e em y

Direção x	
λ_x	58,6

$$\lambda_x = \frac{l_{ex}}{i_x} = \frac{l_{ex} \cdot \sqrt{12}}{h_x}$$

$$\lambda_y = \frac{l_{ey}}{i_y} = \frac{l_{ey} \cdot \sqrt{12}}{h_y}$$

Direção y	
λ_y	22,8

Cálculo 03

Excentricidades totais

Excentricidade inicial

$$e_{i,topo} = \frac{M_{topo}}{N_d}$$

$$e_{i,meio} = \frac{M_{meio}}{N_d}$$

$$e_{i,base} = \frac{M_{base}}{N_d}$$

Não há momentos em y, logo e_i é 0

Direção x	
$e_{i,topo}$	0,84cm
$e_{i,meio}$	0,34cm
$e_{i,base}$	-0,84cm

Direção y	
$e_{i,topo}$	0,00cm
$e_{i,meio}$	0,00cm
$e_{i,base}$	0,00cm

$$e_{ix,meio} = 0,6 \cdot e_{ix,max} + 0,4 \cdot e_{ix,min} \geq 0,4 \cdot e_{ix,max}$$

$$e_{ix,meio} = 0,6 \cdot e_{ix,max} + 0,4 \cdot e_{ix,min} \geq 0,4 \cdot e_{ix,max}$$

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

Excentricidade accidental

$$e_{ax} = \theta_{1x} \cdot \frac{l_{ex}}{2}$$

$$e_{ay} = \theta_{1y} \cdot \frac{l_{ey}}{2}$$

$$\theta_{1x} = \frac{1}{100\sqrt{l_{ex}}}$$

$$\theta_{1y} = \frac{1}{100\sqrt{l_{ey}}}$$

$$\theta_1 \geq \theta_{1,min} = \frac{1}{300}$$

$\theta_{1,x}$	0,004862 rad	Verificação 1	Verificacao 2
$\theta_{1,y}$	0,004663 rad	$\theta_{1,x} > \theta_{1,min}$	$\theta_{1,y} > \theta_{1,min}$
$\theta_{1,min}$	0,003333 rad	OK	OK

e_{ax}	1,03 cm
e_{ay}	1,07 cm

Excentricidades mínimas

$e_{1,minx}$	2,25 cm
$e_{1,miny}$	3,60 cm

Excentricidades de primeira ordem totais

Seções de topo e base

$e_{1x,topo}$	0,843 cm
$e_{1y,topo}$	0,000 cm

$$M_{1d,min} = N_d \cdot (0,015 + 0,03h) = N_d \cdot e_{i,min}$$

$$e_{1x} = e_{ix,topo}$$

$$e_{1y} = e_{iy,topo}$$

e_{1x}	2,25 cm
e_{1y}	3,6 cm

Seções intermediárias

e_{1x}	2,25 cm
e_{1y}	3,60 cm

Verificação 3	
Se $e_{1x} > e_{1,minx} \Rightarrow$ ok, senão $e_{1x} = e_{1,minx}$	
e_{1x}	2,25 cm

Verificação 4	
Se $e_{1y} > e_{1,min,y} \Rightarrow$ ok, senão $e_{1y} = e_{1,min,y}$	
e_{1y}	3,6 cm

$M_{1d,min x}$	5260,5 kN.cm
----------------	--------------

$M_{1d,min y}$	8416,8 kN.cm
----------------	--------------

$$e_{1x} = e_{ix,meio} + e_{ax}$$

$$e_{1y} = e_{iy,meio} + e_{ay}$$

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

Cálculo 04

Necessidade de excentricidade de 2a ordem

Esbeltez limite

Direção x	
α_{bx}	1
λ_{1x}	35

Pilar bi-apoiado

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_b}$$

$$\frac{35}{\alpha_b} \leq \lambda_1 \leq 90$$

Direção y	
α_{by}	1
λ_{1y}	35

Pilar bi-apoiado

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_{i,y}}{h_y}}{\alpha_{b,y}}$$

Verificação da necessidade de excentricidade de 2a ordem

Se $\lambda_{1,x} > \lambda_{1,x} \Rightarrow$ há a necessidade, senão, não.

Direção x	Direção y
Há a necessidade	Não há a necessidade

Cálculo 05

Efeitos de segunda ordem

Método do Pilar Padrão com curvatura aproximada

Direção x	
$M_{1d,A}$	1971,2 kN.cm

Direção y	
$M_{1d,A}$	0

Mas $M_{1d,A}$ deve ser maior ou igual ao momento mínimo

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{l_{e,x}^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

então

$M_{1d,A} \geq M_{1d,min} = N_d \cdot e_{1,min,x}$

$M_{1d,A}$	5260,5 kN.cm
L_{efx} [cm]	423 cm
ν	0,62
$1/r$	0,000178 cm ⁻¹

Verificação da curvatura mínima
OK

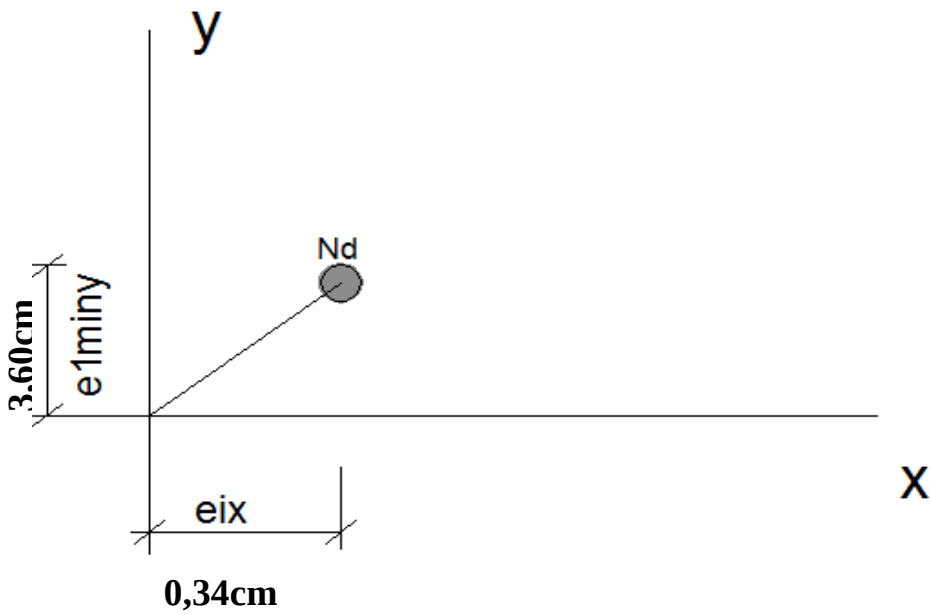
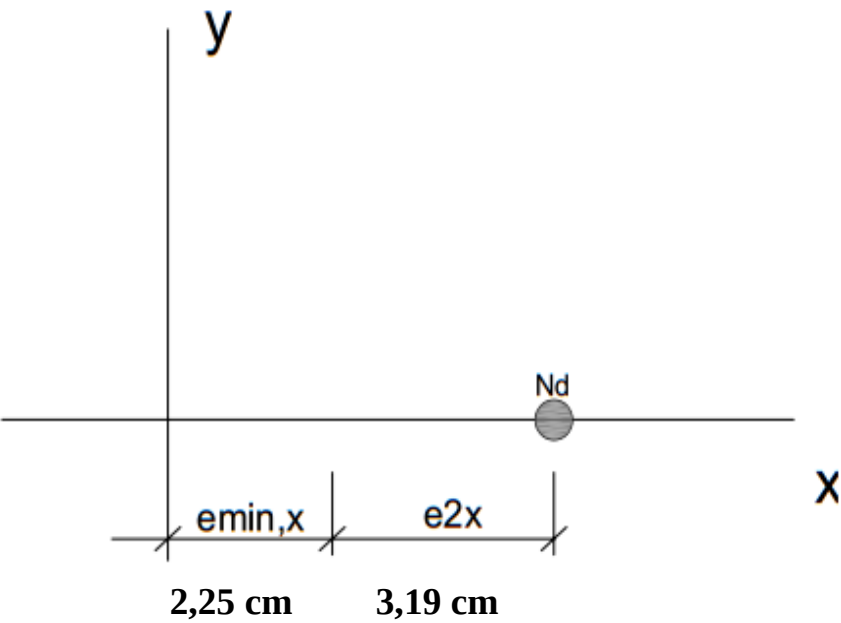
$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h_x (\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

$$\nu = \frac{N_{sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

$M_{d,tot}$	12707,7 kN.cm
e_{tot}	5,44 cm

É necessário considerar os efeitos de segunda ordem pois o pilar não é curto



S
e
ç
õ
e
s

i
n
t
e
r
m
e
d
i
á
r
i
a
s

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

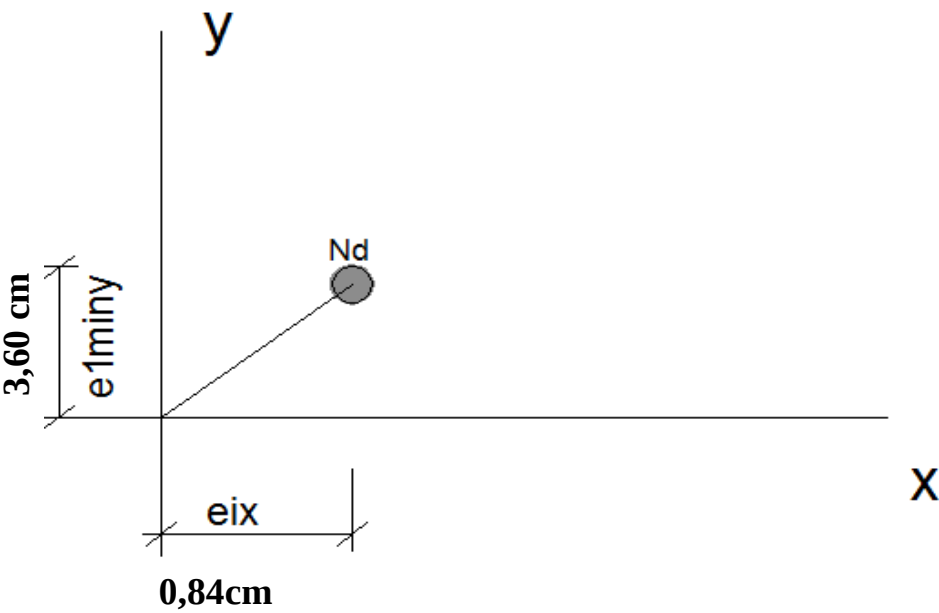
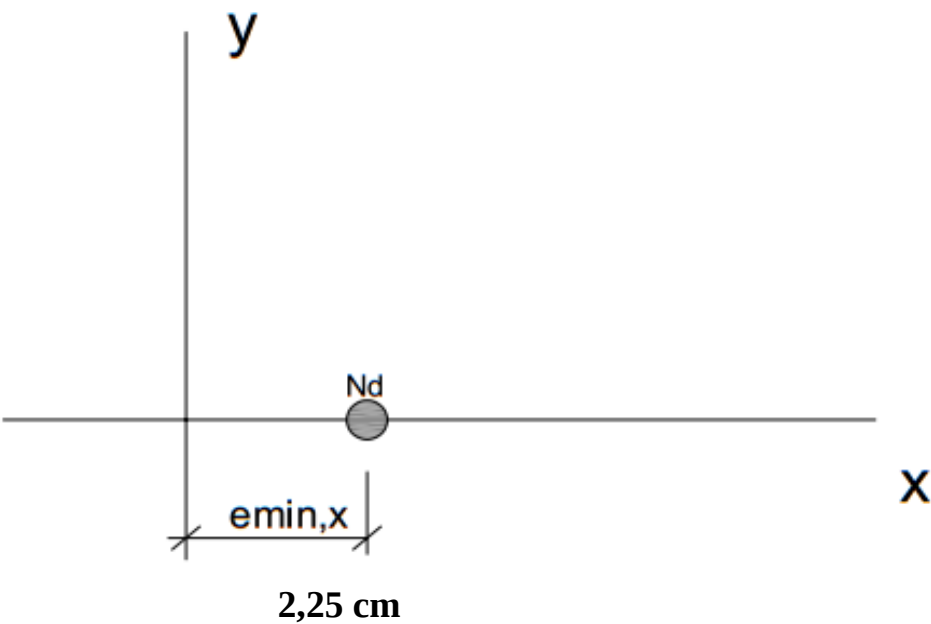
S
e
ç
õ
e
s

d
e

t
o
p
o

e

b
a
s
e



Cálculo 06
Dimensionamento pra situação mais desfavorável

Direção x	Seção intermediária
$M_{d,tot}$	12707,73 kN.cm
e_x	5,44 cm

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

Direção y	Ambas seções
Md,tot	8416,8 kN.cm
ey	3,6 cm

Cálculo 07

Dimensionamento das armaduras

Equações adimensionais

Direção x	
V _d	0,62
μ _{dx}	0,14

Direção y	
V _d	0,62
μ _{dy}	0,03

Taxa mecânica de armadura

Direção x	
d'/h	0,160
ω _x	0,25

ÁBACO VENTURINI 1987

As 21,56 cm²

Entrada		
Concreto	Aço	d'/h
C30	CA-50	0,2

Qtde	Dcalc	Dadot	Aef	Armadura à escolher
4	26,197	32	32,16	4 φ de 32 Aef = 32,16 cm²
6	21,390	22	22,8	6 φ de 22 Aef = 22,8 cm²
8	18,524	20	25,13	8 φ de 20 Aef = 25,13 cm²
10	16,568	20	31,41	10 φ de 20 Aef = 31,41 cm²
12	15,125	16	24,12	12 φ de 16 Aef = 24,12 cm²
14	14,003	16	28,14	14 φ de 16 Aef = 28,14 cm²
16	13,098	16	32,16	16 φ de 16 Aef = 32,16 cm²
18	12,349	12,5	22,08	18 φ de 12,5 Aef = 22,08 cm²

Armadura escolhida

12 φ de 16 Aef = 24,12 cm²

Teste de armadura

n	Φ	área	situação	OK
12	16	24,12		OK

Armadura escolhida

12	Φ	16
----	---	----

Direção y		ÁBACO - VENTURINI 1987
d'/h	0,06	
ω _y	0	

As 8,07 cm²

$$A_s = \omega \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

Qtde	Dcalc	Dadot	Aef	Armadura à escolher
4	16,027	20	12,56	4 φ de 20 Aef = 12,56 cm²
6	13,086	16	12,06	6 φ de 16 Aef = 12,06 cm²
8	11,333	12,5	9,81	8 φ de 12,5 Aef = 9,81 cm²
10	10,137	12,5	12,27	10 φ de 12,5 Aef = 12,27 cm²
12	9,253	10	9,42	12 φ de 10 Aef = 9,42 cm²
14	8,567	10	10,99	14 φ de 10 Aef = 10,99 cm²
16	8,014	10	12,56	16 φ de 10 Aef = 12,56 cm²
18	7,555	10	14,13	18 φ de 10 Aef = 14,13 cm²

Armadura escolhida
14 φ de 10 Aef = 10,99 cm²

Teste de armadura

n	Φ	área	situação	
14	10	11,00		Muito ferro

$$A_s = \omega \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

Armadura escolhida

14 **Φ** **10**

OBS.:

A área calculada leva em consideração as taxas mínimas e máximas de armadura. Sendo sempre no mínimo igual a mínima e no máximo igual a máxima

Armadura de dimensionamento

12 **16** **24,12 cm²**

Cálculo 07

Detalhamento armadura longitudinal

Verificação do diâmetro das barras

OK

% de armadura	As[cm²]
ρ	1,38%
ρ_{min}	0,46%
ρ_{máx}	4,00%

Verificação da taxa mínima de armadura

OK

$$10mm \leq \phi_l \leq \frac{b}{8}$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c}$$

$$\rho_{min} = \frac{A_{s,min}}{A_c} = \frac{0,15 \cdot N_d}{A_c \cdot f_{yd}} \cdot \left(\frac{f_{cd}}{f_{yd}} \right) = 0,15 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \nu \geq 0,4\%$$

Espaçamento

Deverá haver ao menos uma barra em cada vértice

a_{min}	2,3 cm
a_{máx}	40 cm

Portanto o espaçamento é :

a_{min}	2,3 cm
------------------------	---------------

$$a \geq \begin{cases} 20mm \\ \phi_l = 20mm \\ 1,2 \cdot d_{máx,agre.} \end{cases}$$

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

Cálculo 08

Detalhamento armadura transversal

Diâmetro	
ϕ_t	5 mm
Espaçamento	
e_t	19,2 cm
Armadura escolhida	
e_t	ϕ_t [mm]
19	5
Proteção contra flambagem	
$L_{protegido}$	10,00 cm

Verificação dos espaçamentos da arm

Verificação espaçamento longitudinal	
s_l	10,9 cm
$a_{min} < a < a_{max}$	
OK	

Verificação de quantas barras serão protegias

s_l [cm]	10,88
Diametro [cm]	1,6
$L_{protegido}$ [cm]	10,00
Barras verticais	6,00
Barras protegidas	2,00
Barras desprotegidas	4,00

Na verdade, não há como colocar estribos suplementares nas armaduras da extremidade, por isso 2

Portanto faz-se necessário fazer a proteção das 4 barras verticais centralizadas

Comprimento dos estribos

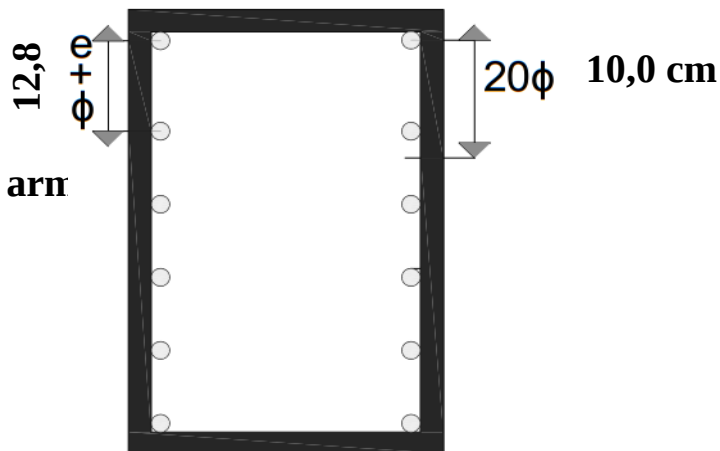
L_{gt} [cm]	5
L_t [cm]	180

Comprimento dos estribos suplementares

L_s [cm]	30
------------	----

a) Diâmetro

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5mm \\ \frac{\phi_l}{4} = \frac{20}{4} = 5mm \end{cases}$$



$$a = \frac{h - 2 \cdot c_{nom} - 2 \cdot \phi_t - n \cdot \phi_l}{n - 1}$$

d) Comprimento dos estribos

$$l_t = 2 \cdot (h - 2 \cdot c_{nom}) + 2 \cdot (b - 2 \cdot c_{nom}) + 2 \cdot l_{gt}$$

e) Comprimento dos estribos suplementares

$$l_s = (b - 2 \cdot c_{nom}) + 2 \cdot l_{gt}$$

Memória de cálculo - Pilar de extremidade

Número de estribos

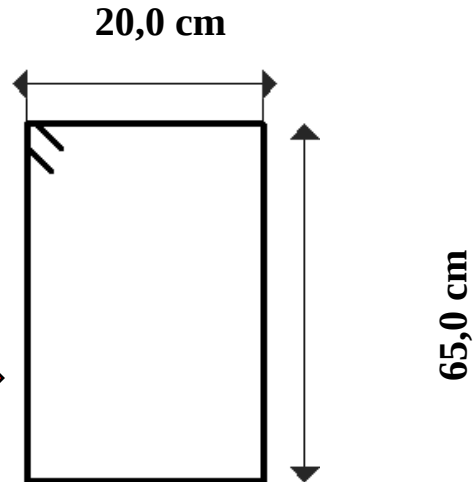
N	25
---	----

$$N = \frac{l_o + h_{viga}}{s_t} + 1$$

Estribo

Resumo			
Qtde	ϕ	Esp.	L [cm]
25	5	19	180

N2 - 25 ϕ de 5 c/ 19 C = 180



Estribo suplementar

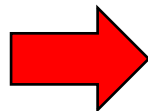
Resumo				
Qtde	ϕ	Esp.	L	
4 x 25	5	19	30	

N3 - 4 x [25 ϕ de 5 c/ 19 C = 30]

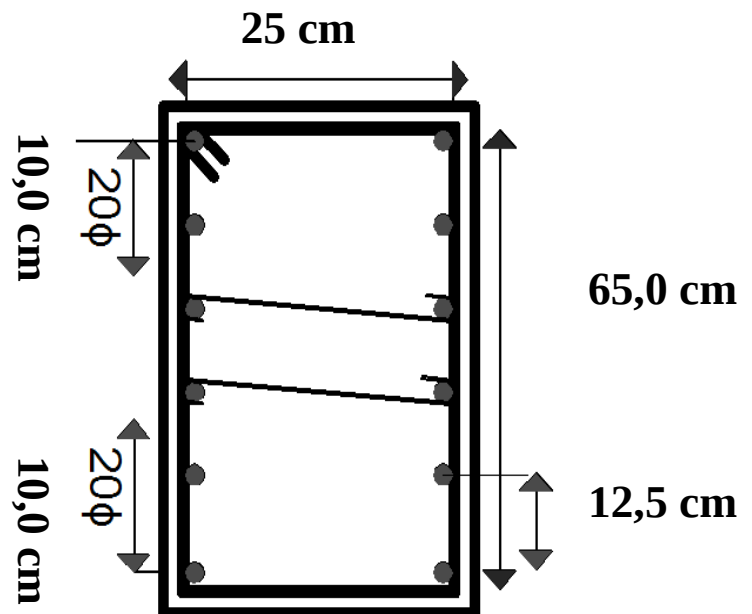


Armadura longitudinal

Resumo		
Qtde	ϕ	L [cm]
12	16	10



N1 - 12 ϕ de 16 c/ 10



Memória de cálculo - Pilar de extremidade

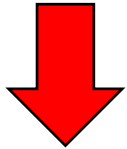
Cálculo 09

Detalhamento das esperas

η_1	2,25
η_2	1
η_3	1

$f_{ctk,inf}$	2,0
f_{ctd}	1,4
f_{bd}	3,3

l_b	53,37 cm
15ϕ	24 cm
L'	20 cm



l_b	55 cm
-------	-------

Comprimento total das barras longitudinais

l	515 cm
-----	--------

$$l_{oc} = l_{b,nec} \geq l_{oc,min} \geq \begin{cases} 0,6 \cdot l_b \\ 15\phi \\ 200mm \end{cases}$$

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$$

$$l_{b,nec} = 1,0 \cdot l_b \cdot 1,0 = l_b \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}, \quad e \quad f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$$

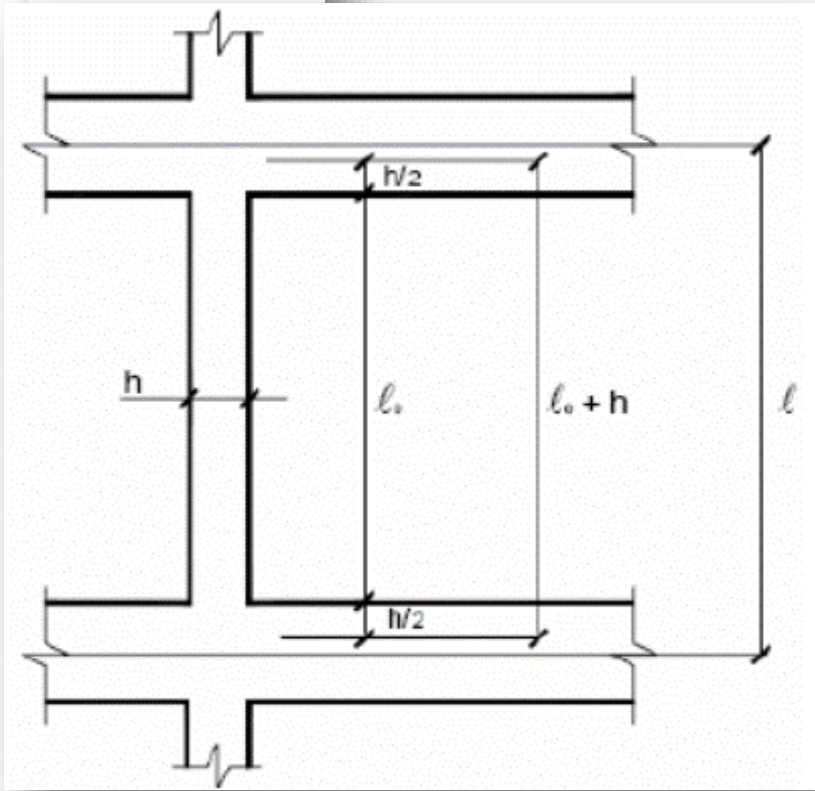
$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

$$l = (l_0 + h_{viga}) + l_{oc}$$

Cálculo 01

Vão efetivos na direção x e na direção y
 L_{efx} e L_{efy}

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases}$$



1.1) L_{efx}

L_{0x} 398 | cm

$L_0 + b_x$ 423 | cm

L_x 460 | cm

$L_{ef} = \text{Mínimo} (L_x ; L_0 + b_x)$

L_{efx} 423 | cm

1.2) L_{efy}

L_{0y} 408 |

$L_{0y} + b_y$ 468 |

Memória de cálculo - Pilar de canto

Ly 460

Lefy 460 cm

Viga de respaldo direção x

Cálculo da medida a1 do Pilar de canto

a1 12,5

$$a_1 = \frac{h_{x,P4}}{2}$$

a1 18,6

a1 certo 12,5

$$a_1 = 0,3 \cdot h_{2,V2}$$

Cálculo da medida a2 do Pilar de extremidade

a2 35

$$a_2 = \frac{h_{x,P5}}{2}$$

a2 18,6

$$a_2 = 0,3 \cdot h_{2,V2}$$

a2(certo) 18,6

Cálculo do vão efetivo da viga

$$l_{ef,viga} = l_{o,viga} + a_1 + a_2$$

l0,viga 557,5

Lef 588,6

Viga de respaldo direção y

Cálculo da medida a1 do Pilar de canto

a1 30

$$a_1 = \frac{h_{x,P4}}{2}$$

a1 15,6

a1 certo 15,6

$$a_1 = 0,3 \cdot h_{2,V2}$$

Cálculo da medida a2 do Pilar de extremidade

a2 35

$$a_2 = \frac{h_{x,P5}}{2}$$

a2 15,6

$$a_2 = 0,3 \cdot h_{2,V2}$$

a2(certo) 15,6

Cálculo do vão efetivo da viga

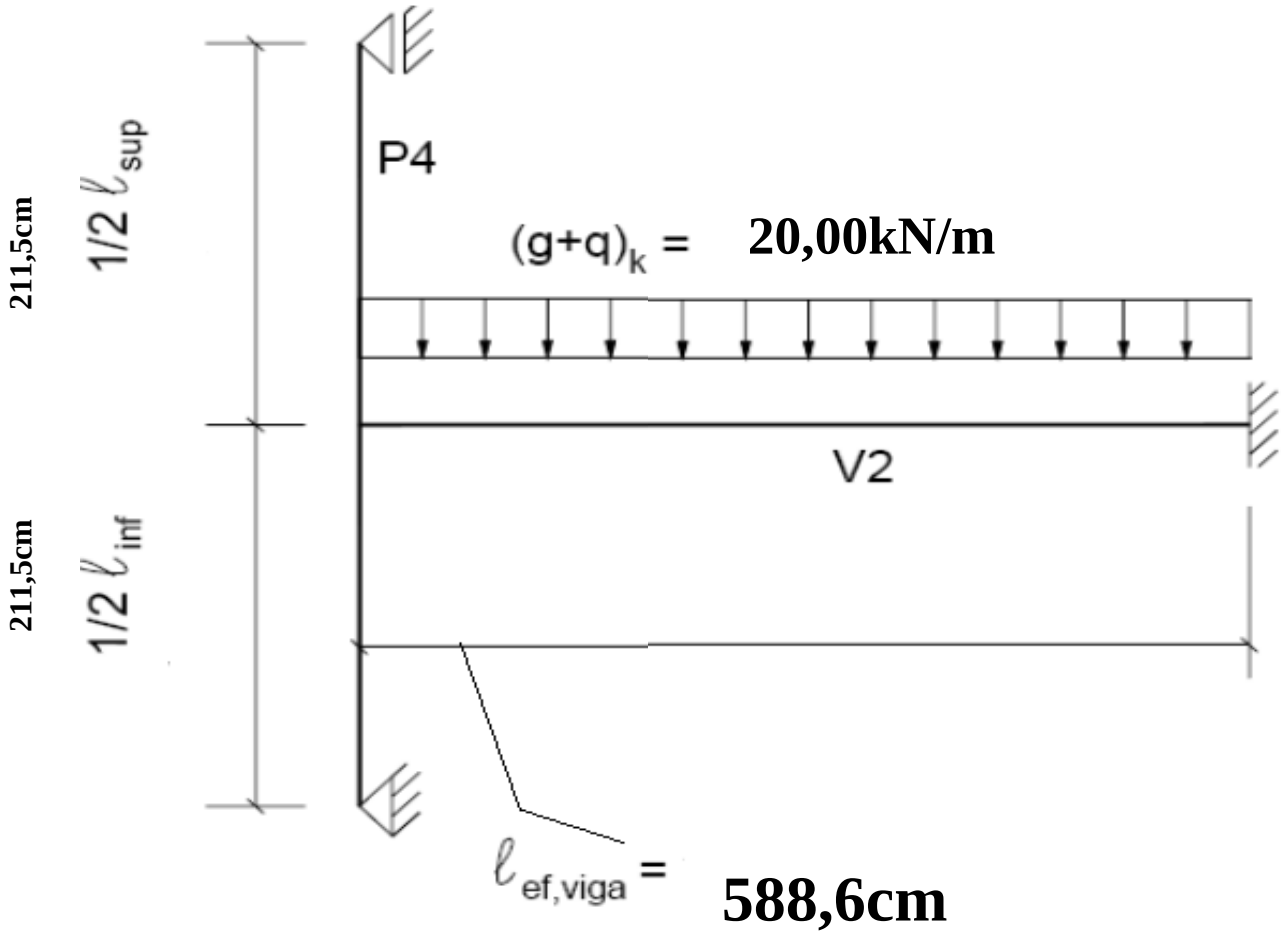
$$l_{ef,viga} = l_{o,viga} + a_1 + a_2$$

Memória de cálculo - Pilar de canto

l0,viga 315

Lef 346,2

Momento fletor da viga de respaldo sob eixo x



Cálculo da rigidez no tramo do pilar

Ipilar 78125cm⁴

Lsup 211,5cm

rsup 1108cm³

Cálculo da rigidez da viga

Iviga 397213cm⁴

lviga 588,6

rviga 2699cm³

$$r_{sup} = \frac{3 \cdot I_{pilar}}{\frac{1}{2} \cdot l_{sup}}$$

$$r_{viga} = \frac{4 \cdot I_{viga}}{l_{viga}}$$

Momento de engastamento perfeito na viga

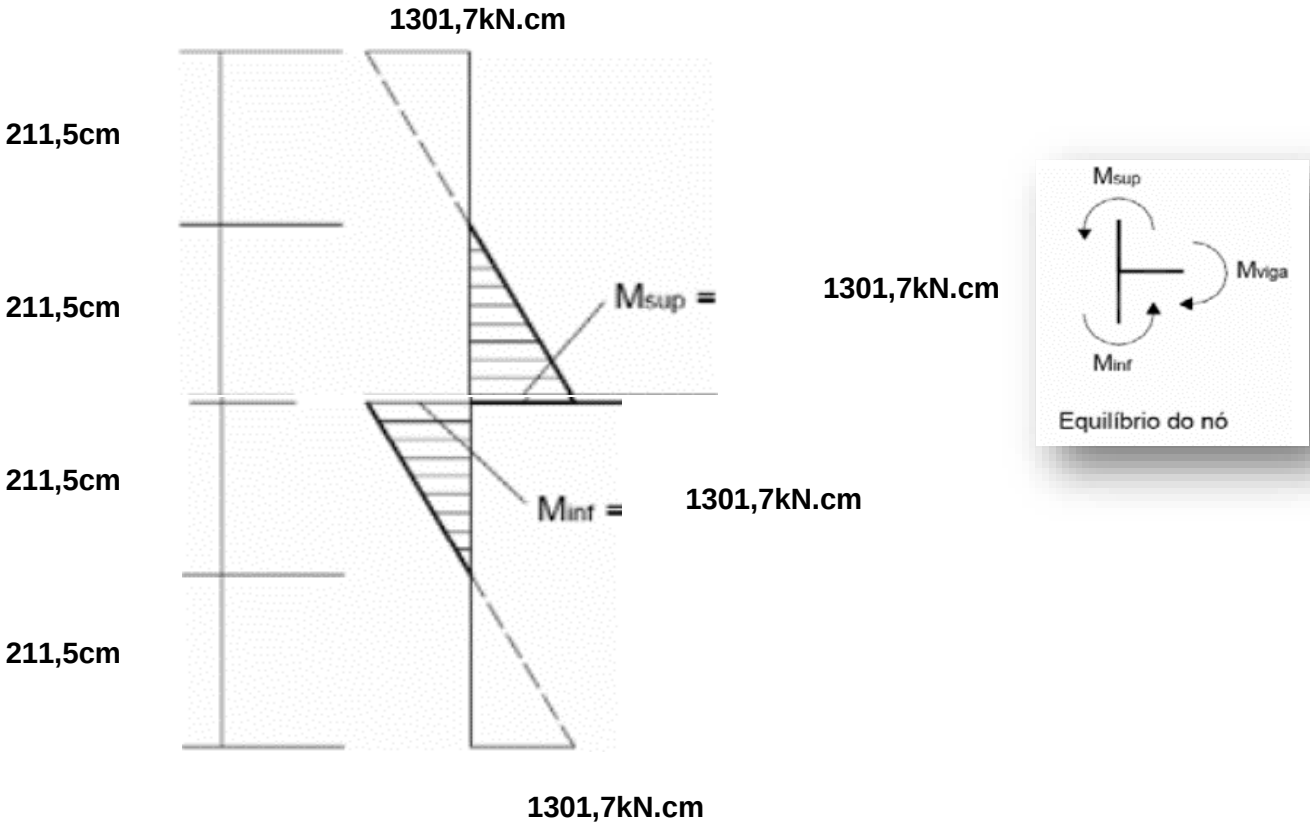
Meng 5774,2 kN.cm

Msup 1301,7 kN.cm

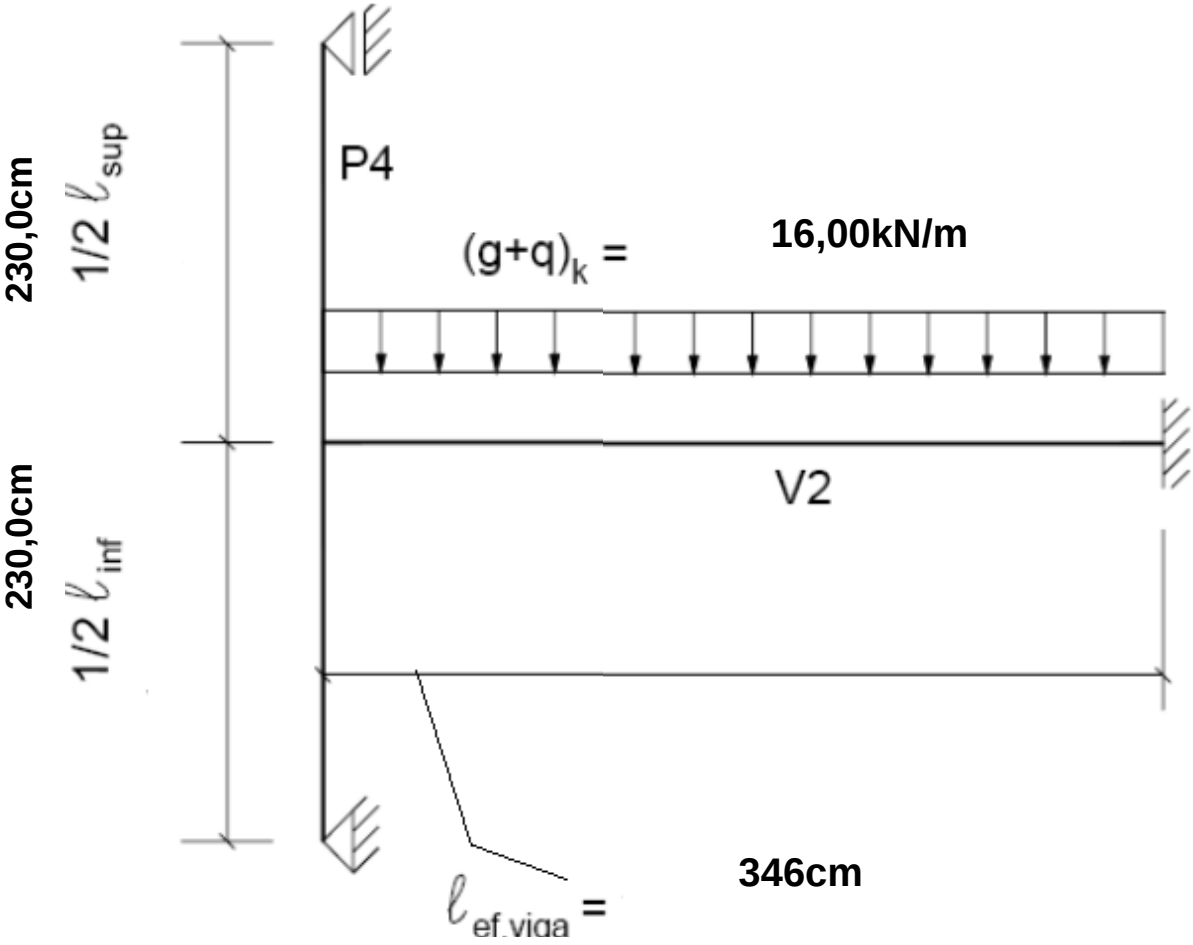
$$M_{eng} = \frac{(g + q) \cdot l_{viga}^2}{12}$$

$$M_{sup} = M_{eng} \cdot \left(\frac{r_{sup}}{r_{viga} + r_{sup} + r_{inf}} \right)$$

Viga de respaldo sob eixo x



Momento fletor da viga de respaldo sob eixo y



Cálculo 02

Índices de Esbeltez em x e em y

$$\lambda_x = \frac{l_{ex}}{i_x} = \frac{l_{ex} \cdot \sqrt{12}}{h_x}$$

$$\lambda_y = \frac{l_{ey}}{i_y} = \frac{l_{ey} \cdot \sqrt{12}}{h_y}$$

Direção x	
λ_x	58,6

Direção y	
λ_y	26,6

Cálculo 03

Excentricidades totais

Excentricidade inicial

$$e_{i,topo} = \frac{M_{topo}}{N_d} \quad e_{i,meio} = \frac{M_{meio}}{N_d} \quad e_{i,base} = \frac{M_{base}}{N_d}$$

Direção x	
$e_{i,topo}$	1,06cm
$e_{i,meio}$	0,42cm
$e_{i,base}$	-1,06cm

Direção y	
$e_{i,topo}$	0,57cm
$e_{i,meio}$	0,23cm
$e_{i,base}$	-0,57cm

$$e_{ix,meio} = 0,6 \cdot e_{ix,max} + 0,4 \cdot e_{ix,min} \geq 0,4 \cdot e_{ix,max}$$

$$e_{ix,meio} = 0,6 \cdot e_{ix,max} + 0,4 \cdot e_{ix,min} \geq 0,4 \cdot e_{ix,max}$$

Excentricidade accidental

$$e_{ax} = \theta_{1x} \cdot \frac{l_{ex}}{2}$$
$$e_{ay} = \theta_{1y} \cdot \frac{l_{ey}}{2}$$

$$\theta_{1x} = \frac{1}{100\sqrt{l_{ex}}}$$
$$\theta_{1y} = \frac{1}{100\sqrt{l_{ey}}}$$

$$\theta_1 \geq \theta_{1,min} = \frac{1}{300}$$

$\theta_{1,x}$	0,004862 rad	Verificação 1	Verificacao 2
$\theta_{1,y}$	0,004663 rad	$\theta_{1,x} > \theta_{1,min}$	$\theta_{1,y} > \theta_{1,min}$
$\theta_{1,min}$	0,003333 rad	OK	OK

e_{ax}	1,03 cm
e_{ay}	1,07 cm

Memória de cálculo - Pilar de canto

Excentricidades mínimas

$e_{1,minx}$	2,25 cm
$e_{1,miny}$	3,30 cm

$$M_{1d,min} = N_d \cdot (0,015 + 0,03h) = N_d \cdot e_{i,min}$$

$$e_{1x} = e_{ix,topo}$$

$$e_{1y} = e_{iy,topo}$$

Excentricidades de primeira ordem totais

Seções de topo e base

$e_{1x,topo}$	1,06 cm
$e_{1y,topo}$	0,57 cm

e_{1x}	2,25 cm
e_{1y}	3,3 cm

Seções intermediárias

e_{1x}	2,25 cm
e_{1y}	3,30 cm

Verificação 3	
Se $e_{1x} > e_{1,minx} \Rightarrow$ ok, senão $e_{1x} = e_{1,minx}$	
e_{1x}	2,25 cm

Verificação 4	
Se $e_{1y} > e_{1,min,y} \Rightarrow$ ok, senão $e_{1y} = e_{1,min,y}$	
e_{1y}	3,3 cm

$M_{1d,min x}$	3874,5 kN.cm
----------------	--------------

$M_{1d,min y}$	5682,6 kN.cm
----------------	--------------

$$e_{1x} = e_{ix,meio} + e_{ax}$$

$$e_{1y} = e_{iy,meio} + e_{ay}$$

Cálculo 04

Necessidade de excentricidade de 2a ordem

Esbeltez limite

Direção x	
α_{bx}	1
λ_{1x}	35

Pilar bi-apoiado

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_b}$$

$$\frac{35}{\alpha_b} \leq \lambda_1 \leq 90$$

Direção y	
α_{by}	1
λ_{1y}	35

Pilar bi-apoiado

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_{i,y}}{h_y}}{\alpha_{b,y}}$$

Verificação da necessidade de excentricidade de 2a ordem

Se $\lambda_{bdx} > \lambda_{1,x} \Rightarrow$ há a necessidade, senão, não.

Direção x	Direção y
Há a necessidade	Não há a necessidade

Memória de cálculo - Pilar de canto

Cálculo 05

Efeitos de segunda ordem

Método do Pilar Padrão com curvatura aproximada

Direção x	
M1d,A	1822,36

Direção y	
M1d,A	982,65

Mas M1d,A deve ser maior ou igual ao momento mínimo

então

$M_{1d,A} \geq M_{1d,min} = N_d \cdot e_{1,min}$

M _{1d,A}	3874,5 kN.cm
Lefx [cm]	423 cm
v	0,54
1/r	0,000193 m ⁻¹

Verificação da curvatura mínima
OK

M _{d,tot}	9824,2 kN.cm
e _{tot}	5,71 cm

O dimensionamento considera, eventualmente, apenas efeitos de 2ª ordem na direção x do pila.

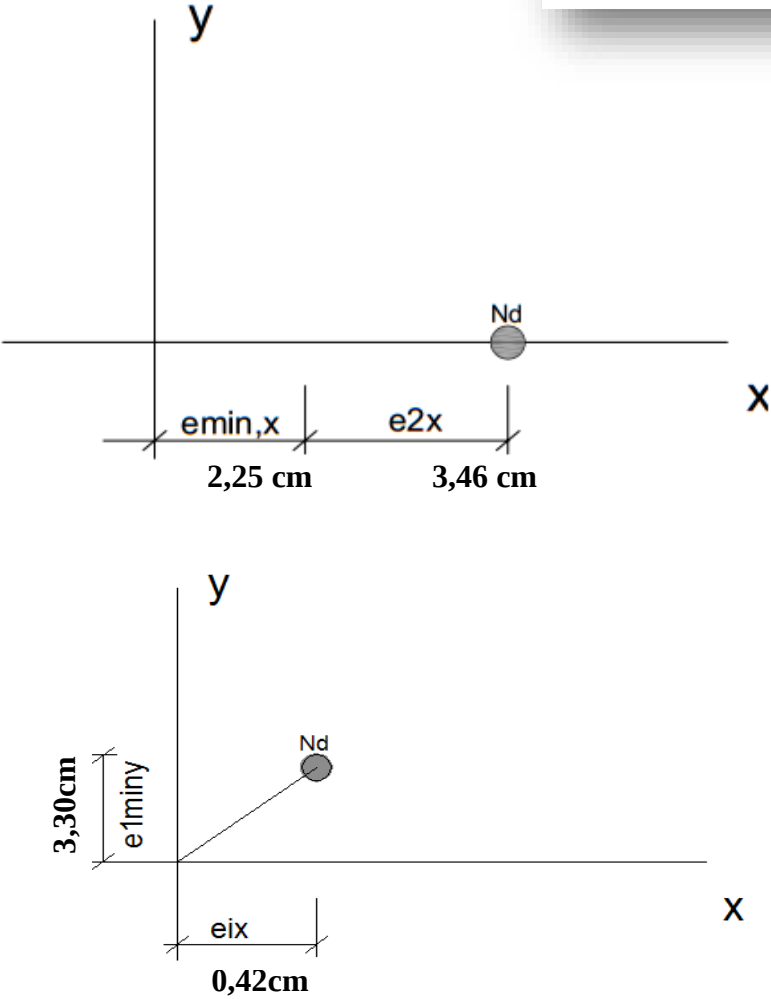
$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{l_{e,x}^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h_x(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

$$v = \frac{N_{sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

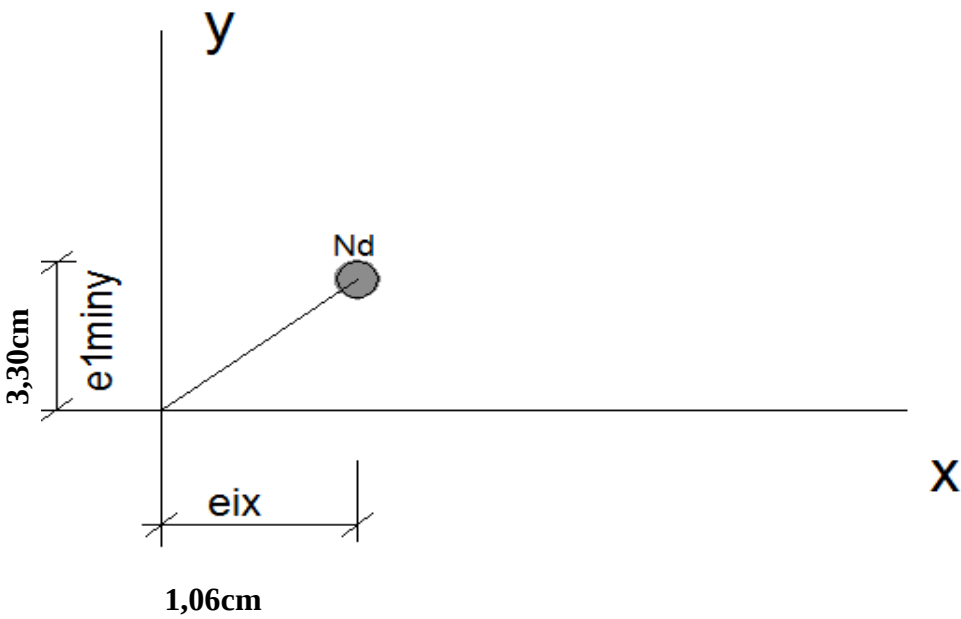
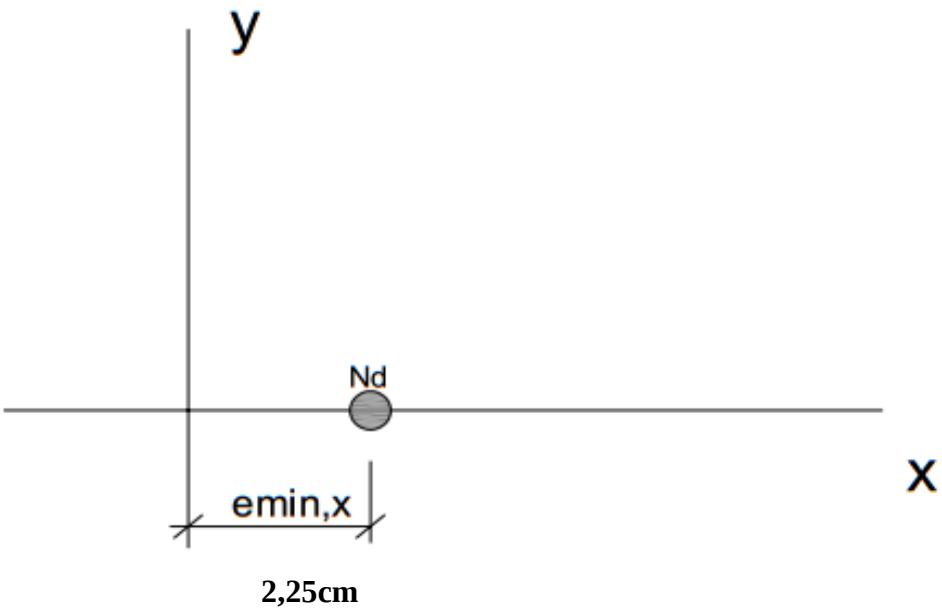
É necessário considerar os efeitos de segunda ordem pois o pilar não é curto

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{l_{e,x}^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$



S
e
ç
õ
e
s

i
n
t
e
r
m
e
d
i
á
r
i
a
s



S
e
ç
õ
e
s

d
e

t
o
p
o

e

b
a
s
e

Cálculo 06
Dimensionamento pra situação mais desfavorável

Direção x	Seção intermediária
$M_{d,tot}$	9824,21 kN.cm
e_x	5,71 cm

Direção y	Ambas seções
$M_{d,tot}$	5682,6 kN.cm
e_y	3,3 cm

Memória de cálculo - Pilar de canto

Cálculo 07

Dimensionamento das armaduras

Equações adimensionais

Direção x	
V_d	0,54
μ_{dx}	0,12

Direção y	
V_d	0,54
μ_{dy}	0,03

OBS.:	A área calculada leva em consideração as taxas mínimas e máximas de armadura. Sendo sempre no mínimo igual a mínima e no máximo igual a máxima
-------	--

Taxa mecânica de armadura

Direção x	
d'/h	0,160
ω_x	0,08

ÁBACO - VENTURI 1987

As 6,00 cm²

Entrada		
Concreto	Aço	d'/h
C30	CA-50	0,160

Qtde	Dcalc	Dadot	Aef	Armadura à escolher
4	13,820	16	8,04	4 ϕ de 16 Aef = 8,04 cm²
6	11,284	12,5	7,36	6 ϕ de 12,5 Aef = 7,36 cm²
8	9,772	10	6,28	8 ϕ de 10 Aef = 6,28 cm²
10	8,740	10	7,85	10 ϕ de 10 Aef = 7,85 cm²
12	7,979	10	9,42	12 ϕ de 10 Aef = 9,42 cm²
14	7,387	10	10,99	14 ϕ de 10 Aef = 10,99 cm²
16	6,910	10	12,56	16 ϕ de 10 Aef = 12,56 cm²
18	6,515	10	14,13	18 ϕ de 10 Aef = 14,13 cm²

Armadura escolhida

6 ϕ de 12,5 Aef = 7,36 cm²

n	Φ	área	situação	OK
6	12,5	7,38		

$$A_s = \omega \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

Armadura escolhida		
6	Φ de	12,5

OBS.:	A área calculada leva em consideração as taxas mínimas e máximas de armadura. Sendo sempre no mínimo igual a mínima e no máximo igual a máxima
-------	--

Direção y	
d'/h	0,067
ω_y	0

ÁBACO - VENTURI 1987

As 6,00 cm²

Qtde	Dcalc	Dadot	Aef	Armadura à escolher
4	13,820	16	8,04	4 ϕ de 16 Aef = 8,04 cm²
6	11,284	12,5	7,36	6 ϕ de 12,5 Aef = 7,36 cm²
8	9,772	10	6,28	8 ϕ de 10 Aef = 6,28 cm²

Armadura escolhida

6 ϕ de 12,5 Aef = 7,36 cm²

Memória de cálculo - Pilar de canto

10	8,740	10	7,85	10 ϕ de 10 Aef = 7,85 cm ²
12	7,979	10	9,42	12 ϕ de 10 Aef = 9,42 cm ²
14	7,387	10	10,99	14 ϕ de 10 Aef = 10,99 cm ²
16	6,910	10	12,56	16 ϕ de 10 Aef = 12,56 cm ²
18	6,515	10	14,13	18 ϕ de 10 Aef = 14,13 cm ²

n	Φ	área	situação 	Muito ferro
6	12,5	7,363		

$$A_s = \omega \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

Armadura escolhida			OBS.: A área calculada leva em consideração as taxas mínimas e máximas de armadura. Sendo sempre no mínimo igual a mínima e no máximo igual a máxima
6	Φ de	12,5	

<u>Armadura de dimensionamento</u>		
6	Φ de 12,5	Aef = 7,38 cm ²

Cálculo 07
Detalhamento armadura longitudinal

Verificação do diâmetro das barras		
OK		

% de armadura	As[cm ²]
ρ	0,49%
$\rho_{\min}$	0,40%
$\rho_{\max}$	4,00%

$$10mm \leq \phi_l \leq \frac{b}{8}$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c}$$

OK

$$\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} = \frac{0,15 \cdot N_d}{A_c \cdot f_{yd}} \cdot \left(\frac{f_{cd}}{f_{yd}} \right) = 0,15 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \nu \geq 0,4\%$$

Espaçamento
Deverá haver ao menos uma barra em cada vértice

a _{min}	2,3 cm
a _{máx}	40 cm

Portanto o espaçamento é :

a _{min}	2,3 cm
------------------	--------

$$a \geq \begin{cases} 20mm \\ \phi_l = 20mm \\ 1,2 \cdot d_{\max,agre.} \end{cases}$$

Cálculo 08
Detalhamento armadura transversal

Diâmetro	
ϕ_t	5 mm

Espaçamento	
e _t	15 cm

Armadura escolhida	
e _t [cm]	diâmetro [mm]
15	5

a) Diâmetro

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5mm \\ \frac{\phi_l}{4} = \frac{20}{4} = 5mm \end{cases}$$

Memória de cálculo - Pilar de canto

Proteção contra flambagem	
$L_{\text{protegido}}$	10,00 cm

Verificação dos espaçamentos da armadura longitudinal

Verificação	
s_l	25,1 cm
$a_{\min} < a < a_{\max}$	
OK	

Verificação de quantas barras serão protegias

s_l [cm]	25,13
Diametro [cm]	1,25
$L_{\text{protegido}}$ [cm]	10,00
Nº de barras verticais	3,00
Nº de barras protegidas	2,00
Nº de barras desprotegidas	1,00

Na verdade, não há como colocar estribos suplementares nas armaduras da extremidade, por isso 2

Portanto faz-se necessário fazer a proteção das 1 barras verticais centralizadas

Comprimento dos estribos

L_{gt} [cm] (gancho)	5
L_t [cm]	160

d) Comprimento dos estribos

$$l_t = 2 \cdot (h - 2 \cdot c_{nom}) + 2 \cdot (b - 2 \cdot c_{nom}) + 2 \cdot l_{gt}$$

Comprimento dos estribos suplementares

L_s [cm]	30
------------	----

Número de estribos

N	32
---	----

$$N = \frac{l_o + h_{viga}}{s_t} + 1$$

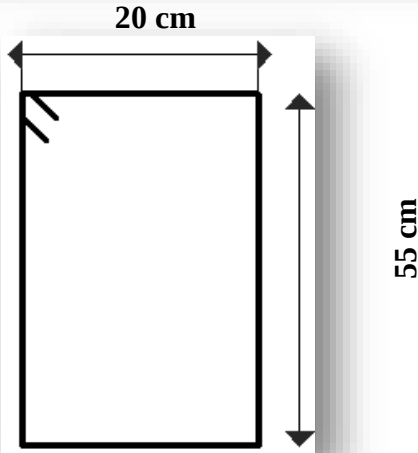
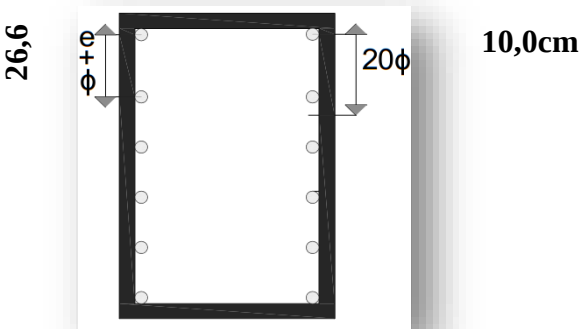
e) Comprimento dos estribos suplementares

$$l_s = (b - 2 \cdot c_{nom}) + 2 \cdot l_{gt}$$

Estribo			
Resumo			
Quantidade	ϕ [mm]	s [cm]	C [cm]
32	5	15	160

N2 - 32 ϕ de 5 c/ 15 C =160

Estribo suplementar				
Resumo				
Quantidade	ϕ [mm]	s [cm]	L [cm]	
1 x 32	5	15	30	



Memória de cálculo - Pilar de canto

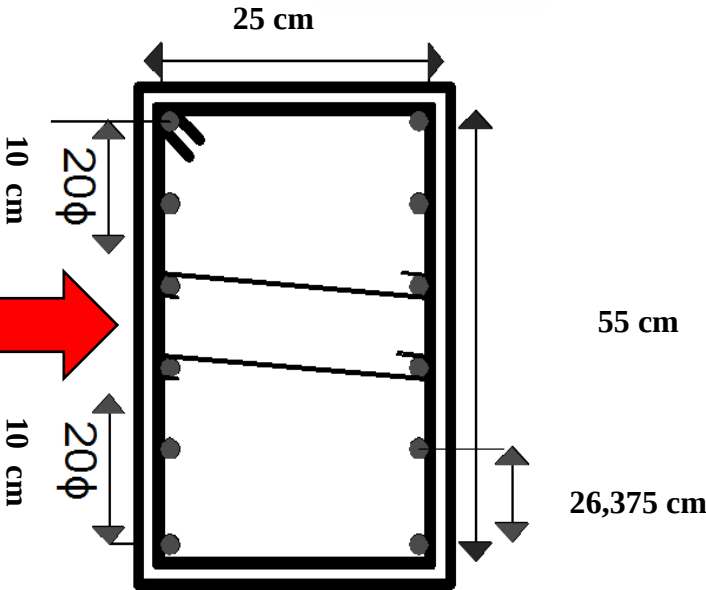
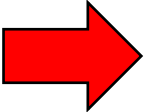
N3 - 1 x [32 ϕ de 5 c/ 15 C = 30]



Armadura longitudinal

Resumo		
Quantidade	ϕ	s [cm]
6	12,5	25

N1 - 6 ϕ de 12,5 c/ 25



Cálculo 09

Detalhamento das esperas

η ₁	2,25
η ₂	1
η ₃	1

f _{ctk,inf}	2,0
f _{ctd}	1,4
f _{bd}	3,3

l _b	41,70 cm
15ϕ	18,75 cm
L'	20 cm



l _b	45 cm
----------------	-------

Comprimento total das barras longitudinais

l	505 cm
---	--------

$$l_{oc} = l_{b,nec} \geq l_{oc,min} \geq \begin{cases} 0,6 \cdot l_b \\ 15\phi \\ 200mm \end{cases}$$

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$$

$$l_{b,nec} = 1,0 \cdot l_b \cdot 1,0 = l_b \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}, \quad e \quad f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$$

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

$$l = (l_0 + h_{viga}) + l_{oc}$$